

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ**

**PHẠM HỒNG CÔNG**

**PHÂN TÍCH PHI TUYẾN TÍNH VÀ ĐỘNG LỰC HỌC  
CỦA TẮM CHỮ NHẬT FGM TRÊN NỀN ĐÀN HỒI**

**Chuyên ngành: Cơ Kỹ thuật  
Mã số: 62 52 01 01**

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ KỸ THUẬT**

**HÀ NỘI - 2017**

**Công trình được hoàn thành tại:  
Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội**

**Người hướng dẫn khoa học: GS. TSKH Nguyễn Đình Đức**

**Phản biện:.....**

**Phản biện:.....**

**Phản biện:.....**

**Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp  
Đại học Quốc gia chấm luận án tiến sĩ họp tại  
vào hồi        giờ        ngày        tháng        năm**

**Có thể tìm hiểu luận án tại:**

- Thư viện Quốc gia Việt Nam**
- Trung tâm Thông tin – Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội.**

## MỞ ĐẦU

### Tính cấp thiết của đề tài

Vật liệu có cơ tính biến đổi hay còn gọi là vật liệu chức năng (Functionally Graded Material-FGM) có tính chất cơ lý biến đổi trơn và liên tục từ mặt này đến mặt kia nên các kết cấu FGM tránh được sự tập trung ứng suất trên bề mặt tiếp xúc giữa các lớp, tránh được sự bong tách và rạn nứt trong kết cấu. Nhờ những tính chất ưu việt trên so với composite và vật liệu truyền thống, các kết cấu FGM được ứng dụng ngày càng nhiều trong công nghiệp hàng không vũ trụ, lò phản ứng hạt nhân và các lĩnh vực làm việc trong môi trường nhiệt độ cao hoặc chịu tải trọng phức tạp. Do vậy nghiên cứu về ổn định phi tuyến tĩnh và động lực học của các kết cấu FGM có và không có gân gia cường, FGM áp điện và nano FGM đang thu hút được sự chú ý của cộng đồng các nhà khoa học trong và ngoài nước. Với lý do trên, tác giả đã chọn đề tài luận án là “Phân tích phi tuyến tĩnh và động lực học của tấm chữ nhật FGM trên nền đàn hồi”.

### 2. Mục tiêu của luận án

Mục tiêu của luận án là phân tích phi tuyến tĩnh và động lực học của tấm chữ nhật FGM trên nền đàn hồi.

### 3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Luận án tập trung nghiên cứu đối tượng tấm chữ nhật mỏng và dày có cơ tính biến đổi FGM có và không có gân gia cường, có gắn lớp áp điện. Phạm vi nghiên cứu của luận án là phân tích phi tuyến tĩnh và động lực học của tấm làm bằng vật liệu có cơ tính biến đổi FGM trên nền đàn hồi.

### 4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp trong luận án là phương pháp giải tích. Sử dụng lý thuyết cổ điển và biến dạng trượt với tính phi tuyến hình học von karman, phương pháp san đều tác dụng gân của Leckhnitsky và công thức gân mới tổng quát để thiết lập các phương trình chủ đạo. Trong luận án, áp dụng phương pháp Galerkin để giải bài toán ổn định phi tuyến tĩnh và phương pháp Galerkin cùng với phương pháp Runge-Kutta để giải bài toán động lực học của tấm. Các kết quả phân tích được so sánh với các kết quả đã biết bằng nhiều cách tiếp cận của các tác giả khác để kiểm tra độ chính xác của luận án.

### 5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Bài toán phân tích phi tuyến tĩnh và động lực học là những vấn đề được quan tâm và có ý nghĩa quan trọng, thiết thực trong lĩnh vực cơ học kết cấu. Các kết quả nhận được là dưới dạng giải tích do đó nghiên cứu cung cấp cơ sở khoa học cho các nhà thiết kế, chế tạo kết cấu FGM.

### 6. Bố cục của luận án

Luận án gồm phần mở đầu, bốn chương, phần kết luận, danh mục các công trình nghiên cứu của tác giả liên quan đến nội dung luận án, tài liệu tham khảo và phụ lục.

## CHƯƠNG 1

### TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

#### 1.1. Vật liệu có cơ tính biến đổi FGM

##### 1.1.1. Khái niệm FGM

Vật liệu FGM được phát triển và đặt tên bởi một nhóm các nhà khoa học vật liệu ở Viện Sendai của Nhật Bản vào năm 1984 là vật liệu được tạo thành từ hai loại vật liệu thành phần là gốm và kim loại. Thành phần gốm với mô đun đàn hồi cao và các

hệ số dẫn nở nhiệt và truyền nhiệt rất thấp làm cho vật liệu FGM có độ cứng cao và rất trơ với nhiệt. Trong khi đó thành phần kim loại làm cho vật liệu chức năng có tính dẻo dai, khắc phục sự rạn nứt nếu có xảy ra do tính giòn của gốm và trong môi trường nhiệt độ cao. Các tính chất hiệu dụng của vật liệu FGM được biến đổi qua chiều dày thành kết cấu từ một mặt giàu gốm đến mặt giàu kim loại để phù hợp với chức năng của từng thành phần vật liệu.

### **1.1.2. Phân loại FGM**

Phụ thuộc vào sự thay đổi liên tục tỉ lệ thể tích của ceramic hoặc kim loại theo bề dày thành kết cấu  $h$  theo một hàm lũy thừa của biến theo chiều dày  $z$ , có thể chia vật liệu composite FGM thành 3 loại: vật liệu P-FGM, S-FGM và E-FGM.

### **1.1.3. Chế tạo FGM**

Để chế tạo ra vật liệu FGM có nhiều phương pháp khác nhau: Phun phủ nhiệt, luyện kim bột - biến dạng tạo hình, lắng đọng hoá học, lắng đọng vật lý, tổng hợp nhiệt độ cao, công nghệ ly tâm... Trong nội dung luận án không đi sâu vào các vấn đề này.

### **1.1.4. Ứng dụng của FGM**

Do tính chất kháng nhiệt ưu việt, các vật liệu FGM là sự lựa chọn lý tưởng khi kết cấu làm việc trong những môi trường nhiệt độ rất cao hoặc chịu sự truyền nhiệt lớn như các phần tử kết cấu của máy bay, tàu vũ trụ, tên lửa, lò phản ứng hạt nhân, các thiết bị thí nghiệm, luyện kim, ...

## **1.2. Phân loại và tiêu chuẩn ổn định tĩnh**

Xuất phát từ hai quan niệm khác nhau về trạng thái tới hạn của Euler và Poincarre, có thể chia thành hai loại mất ổn định là mất ổn định theo kiểu rẽ nhánh và mất ổn định theo kiểu cực trị, trong luận án chỉ xét đến ổn định theo kiểu rẽ nhánh.

## **1.3. Tình hình nghiên cứu đã được công bố về tấm và vỏ FGM**

### **1.3.1. Phân tích phi tuyến của tấm và vỏ FGM không có gân gia cường**

Trong những năm gần đây có rất nhiều nhóm tác giả trên thế giới và trong nước nghiên cứu về ổn định phi tuyến tĩnh và phân tích động lực học của tấm và vỏ FGM không có gân gia cường.

Đầu tiên có thể kể đến nhóm tác giả Hui Shen Shen và các cộng sự. Tác giả Shen và các cộng sự đã nghiên cứu về ứng xử của các tấm, vỏ trụ tròn và panel trụ FGM trong giai đoạn sau tới hạn [102-110, 113 – 116, 154, 155]. Trong các nghiên cứu này các tác giả đã sử dụng phương pháp khai triển tiệm cận theo tham số bé kết hợp với phương pháp lặp để xác định các tải tới hạn và các đường cong liên hệ độ võng - tải trọng phi tuyến khi các tải vượt quá giá trị tới hạn.

Các tác giả Javaheri và Eslami [80-82] và Shariat và Eslami [93] đã nghiên cứu ổn định của các tấm chữ nhật FGM chịu tải cơ và tải nhiệt dựa trên lý thuyết tấm cổ điển [80, 82] và lý thuyết biến dạng trượt bậc cao [67, 81]. Họ đã sử dụng phương pháp hàm năng lượng và tìm được lời giải giải tích về tải tới hạn. Tác giả Samsam và Eslami [94, 95] đã nghiên cứu trạng thái tới hạn của tấm FGM chịu tải nén và tải nhiệt, trong nghiên cứu có xét đến tính không hoàn hảo về hình dáng của tấm, sử dụng lý thuyết tấm cổ điển và kết quả được so sánh trong trường hợp tấm phẳng và tấm không phẳng.

Tác giả Alijani và Amabili [12] đã phân tích ổn định tham số phi tuyến của tấm FGM trong môi trường nhiệt bằng cách tiếp cận hàm năng lượng đa bậc tự do sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao phi tuyến. Tác giả Amabili và các cộng sự [13, 15] nghiên cứu dao động phi tuyến của vỏ thoả hai độ cong FGM bằng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao và phương pháp hàm năng lượng. Nghiên cứu dao động phi tuyến của vỏ trụ được Amabili nghiên cứu trong tài liệu [14].

Công bố đầu tiên về FGM trong nước có thể kể đến những nghiên cứu của tác giả Nguyễn Đình Đức và Hoàng Văn Tùng. Các tác giả tập trung nghiên cứu trạng thái tới hạn và sau tới hạn của tấm không hoàn hảo sử dụng lý thuyết tấm cổ điển [143] và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất [144], vỏ trụ, panel trụ [47] và vỏ cầu thoả đối xứng [18].

Tác giả Đào Huy Bích và các cộng sự [22, 23] đã nghiên cứu dao động, ổn định tĩnh và động học phi tuyến của vỏ cầu thoả FGM có tính đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Trong đó sử dụng lý thuyết vỏ Donnell và tính phi tuyến hình học von Karman và tính không hoàn hảo của kết cấu.

Nghiên cứu ổn định tĩnh và dao động của tấm composite áp điện sử dụng phương pháp phân tử hữu hạn đã được nghiên cứu bởi tác giả Trần Ích Thịnh và Lê Kim Ngọc [9, 87, 141].

### ***1.3.2. Phân tích phi tuyến của tấm và vỏ FGM có gân gia cường***

Năm 2009, tác giả Najafizadeh cùng các cộng sự [85], đã nghiên cứu trạng thái tới hạn của vỏ trụ FGM được gia cường bằng các gân dọc và gân vòng chịu nén dọc trục trong đó giả thiết gân và vỏ đều làm bằng vật liệu FGM.

Năm 2011, tác giả Đào Huy Bích và các cộng sự đã đề xuất một phương pháp về gân gia cường cho kết cấu FGM. Để đảm bảo tính liên tục về mặt vật liệu và đơn giản trong công tác chế tạo, gân gia cường được đề xuất ở đây được làm bằng vật liệu đồng nhất, nếu gân gia cường tại mặt ceramic thì được làm hoàn toàn bằng ceramic, ngược lại nếu gân gia cường ở mặt kim loại thì được làm hoàn toàn bằng kim loại [25].

Năm 2013, nhóm tác giả Nguyễn Đình Đức và các cộng sự lần đầu tiên nghiên cứu ổn định tĩnh và động của kết cấu FGM có gân gia cường chịu tải trọng nhiệt. Từ đề xuất của tác giả Đào Huy Bích năm 2011 về cách đặt gân để đảm bảo tính liên tục của vật liệu, tác giả Nguyễn Đình Đức và các cộng sự đã đề xuất phương pháp tính ứng suất nhiệt trong gân và được công bố trong tài liệu [39].

Nhóm tác giả Đào Văn Dũng và các cộng sự đã sử dụng giả thiết gân làm bằng vật liệu FGM trong đó mặt tiếp xúc của gân và FGM là như nhau để đảm bảo tính liên tục của vật liệu. Trong [52-44, 59], tác giả Đào Văn Dũng và Lê Khả Hòa đã có một loạt bài về ổn định phi tuyến của vỏ trụ tròn FGM có gân gia cường chịu áp lực ngoài [52], tải xoắn [53, 59] hay chịu tải xoắn trong trường nhiệt độ [54].

## **1.4. Mục tiêu nghiên cứu của luận án**

Luận án này đặt ra mục tiêu giải quyết bài toán ổn định tĩnh và động lực học, bao gồm xác định giá trị các tải tới hạn, đường cong độ võng tải trọng sau tới hạn (bài toán phân tích ổn định tĩnh) và xác định tần số dao động tự do tuyến tính, quan hệ thời gian – độ võng và quan hệ biên độ - tần số của các tấm FGM.

## CHƯƠNG 2

### PHÂN TÍCH PHI TUYẾN CỦA TẤM MỎNG FGM SỬ DỤNG LÝ THUYẾT CỔ ĐIỂN

#### 2.1. Đặt vấn đề

Chương này của luận án sử dụng lý thuyết tấm cổ điển nghiên cứu lời giải giải tích cho 2 bài toán:

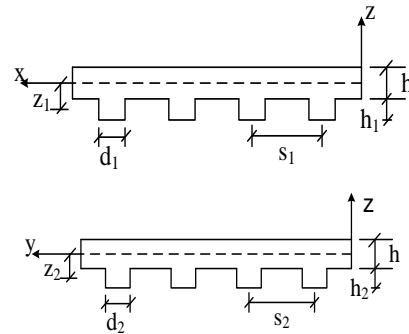
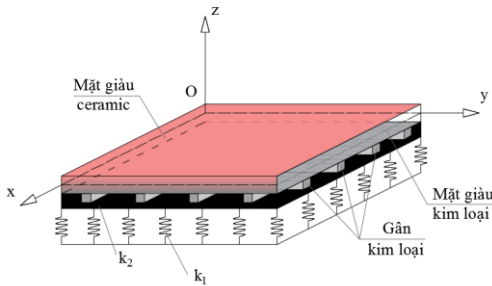
**Bài toán 1:** Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM trên nền đàn hồi, tính chất vật liệu của FGM và gân là T-D, chịu 3 kiểu đặt tải: tải nén, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp.

**Bài toán 2:** Phân tích động lực học của tấm mỏng S-FGM trên nền đàn hồi.

#### 2.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM trên nền đàn hồi

##### 2.2.1. Mô hình tấm mỏng ES-FGM trên nền đàn hồi

Xét tấm mỏng chữ nhật làm bằng vật liệu FGM có chiều dài  $a$ , chiều rộng  $b$  và chiều dày  $h$  được đặt trên nền đàn hồi như hình 2.2. Tấm được đặt trong hệ tọa độ Đề Các  $Oxyz$  có gốc tọa độ ở góc của tấm, mặt phẳng  $(x, y)$  trùng với mặt giữa của tấm và  $z$  là tọa độ chiều dày của tấm ( $-h/2 \leq z \leq h/2$ ). Một mặt của tấm được gia cường bằng hệ thống các gân dọc và ngang thuần nhất đẳng hướng theo phương  $x$  và  $y$  tương ứng, hình dáng và thông số của gân được cho trong hình 2.3.



**Hình 2.2.** Hình dáng và tọa độ của tấm mỏng ES-FGM trên nền đàn hồi      **Hình 2.3.** Hình dáng của gân gia cường

##### 2.2.2. Các phương trình cơ bản

Hệ phương trình cân bằng cho tấm mỏng ES-FGM hoàn hảo trên nền đàn hồi sử dụng lý thuyết tấm cổ điển được cho bởi [11, 91]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$-k_1 w + k_2 \nabla^2 w = 0.$$

Phương trình tương thích biến dạng của tấm FGM hoàn hảo được viết như sau

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x^0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y^0}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}^0}{\partial x \partial y} = \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \tag{2.20}$$

### 2.2.3. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM trên nền đàn hồi

#### 2.2.3.1. Điều kiện biên và dạng nghiệm của bài toán

**Trường hợp 1.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề và có thể tự do dịch chuyển (freely movable – FM) trong mặt phẳng tấm. Đây là trường hợp các cạnh tựa tự do và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = N_{xy} = M_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ tại } x = 0, a, \\ w = N_{xy} = M_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ tại } y = 0, b, \end{aligned} \quad (2.25)$$

**Trường hợp 2.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề và không thể dịch chuyển (immovable-IM) trong mặt phẳng tấm. Đây là trường hợp các cạnh tựa cố định và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = u = M_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ tại } x = 0, a, \\ w = v = M_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ tại } y = 0, b, \end{aligned} \quad (2.26)$$

**Trường hợp 3.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề. Hai cạnh  $x = 0, a$  có thể tự do dịch chuyển và hai cạnh  $y = 0, b$  không thể dịch chuyển trong mặt phẳng tấm. Trong trường hợp này các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = N_{xy} = M_x = 0, \quad N_x = N_{x0} \text{ tại } x = 0, a, \\ w = v = M_y = 0, \quad N_y = N_{y0} \text{ tại } y = 0, b, \end{aligned} \quad (2.27)$$

trong đó  $N_{x0}, N_{y0}$  là các lực tác dụng trên các cạnh của tấm trong trường hợp các cạnh có thể tự do dịch chuyển và là các phản lực trên các cạnh tấm trong trường hợp các cạnh không thể dịch chuyển trong mặt phẳng.

Để giải các phương trình (2.21) và (2.24) đối với các hàm  $w$  và  $f$ , và khi xem xét các điều kiện biên (2.25)–(2.27), giả sử các nghiệm xấp xỉ được chọn như sau [26, 84]

$$\begin{aligned} (w, w^*) &= (W, \mu h) \sin \lambda_m x \sin \delta_n y, \\ f &= A_1 \cos 2\lambda_m x + A_2 \cos 2\delta_n y + A_3 \sin \lambda_m x \sin \delta_n y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2, \end{aligned} \quad (2.28)$$

Áp dụng phương pháp Bubnov – Galerkin ta nhận được phương trình cơ bản dùng để nghiên cứu ổn định tĩnh phi tuyến của tấm ES-FGM không hoàn hảo trên nền đàn hồi.

#### 2.2.3.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM chịu tải nén cơ

Phương trình thể hiện mối quan hệ giữa tải trọng và biên độ độ võng của tấm ES-FGM trên nền đàn hồi chịu tải nén cơ

$$F_x = -b_1^1 \bar{W} - b_1^2 \frac{\bar{W}}{\bar{W} + \mu} + b_1^3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{\bar{W} + \mu} + b_1^4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu), \quad (2.32)$$

#### 2.2.3.3. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM chịu tải nhiệt

Phương trình thể hiện mối quan hệ giữa tải trọng và biên độ độ võng của tấm ES-FGM trên nền đàn hồi chịu tải nhiệt

$$\Delta T = \frac{1}{H} \left( b_2^1 \bar{W} + b_2^2 \frac{\bar{W}}{\bar{W} + \mu} - b_2^3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{\bar{W} + \mu} - b_2^4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu) \right). \quad (2.38)$$

### 2.2.3.4. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM chịu tải cơ -nhiệt kết hợp

Phương trình thể hiện mối quan hệ giữa tải trọng và biên độ độ võng của tấm ES-FGM trên nền đàn hồi chịu tải cơ – nhiệt kết hợp

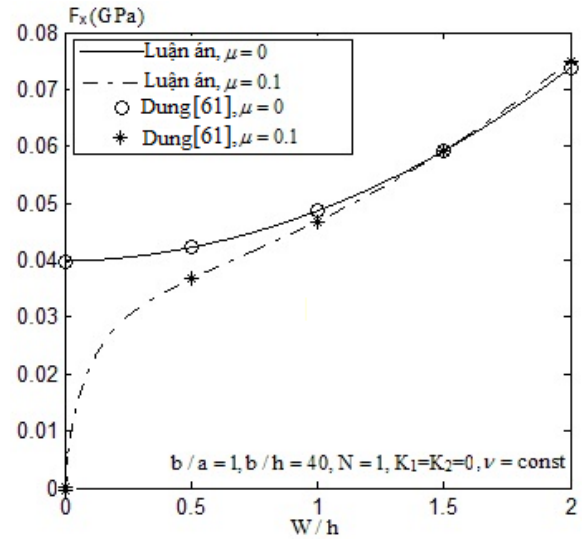
$$F_x = b_3^1 \bar{W} + b_3^2 \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \mu)} + b_3^3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{(\bar{W} + \mu)} + b_3^4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu) + \frac{(\bar{A}_{11} - \bar{A}_{12})Ln^2 \Delta T}{\bar{A}_{11}(m^2 B_a^2 + \bar{A}_{12}n^2 / \bar{A}_{11})} + \frac{\phi_{1,y} n^2}{h(m^2 B_a^2 + \bar{A}_{12}n^2 / \bar{A}_{11})} - \frac{\bar{A}_{12} / \bar{A}_{11} \phi_{1,x} n^2}{h(m^2 B_a^2 + \bar{A}_{12}n^2 / \bar{A}_{11})}. \quad (2.40)$$

## 2.2.4. Kết quả giải số và thảo luận

### 2.2.4.1. Kết quả so sánh

Trong trường hợp  $\nu = \text{const}$ , luận án so sánh với kết quả với nghiên cứu [61] cho trường hợp tấm FGM có gân gia cường chịu tải nén được chỉ ra trong hình 2.6. Các tham số của gân gia cường

$$z_1 = z_2 = 0.019(m), s_1 = 0.15(m), \\ s_2 = 0.15(m), h_1 = 0.03(m), h_2 = 0.03(m), \\ d_1 = 0.003(m), d_2 = 0.003(m).$$

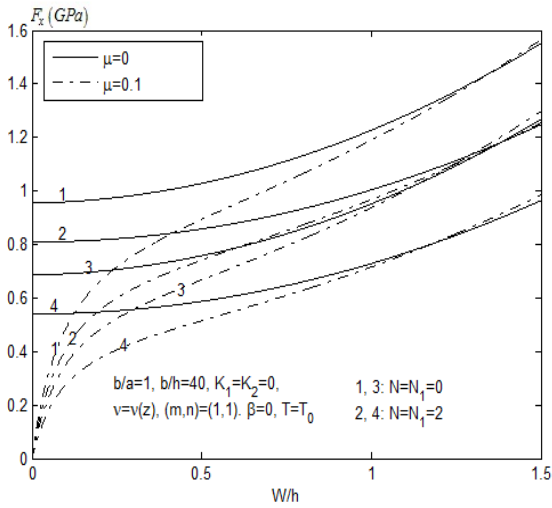


**Hình 2.6.** So sánh đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm FGM có gân gia cường chịu tải nén với nghiên cứu [61].

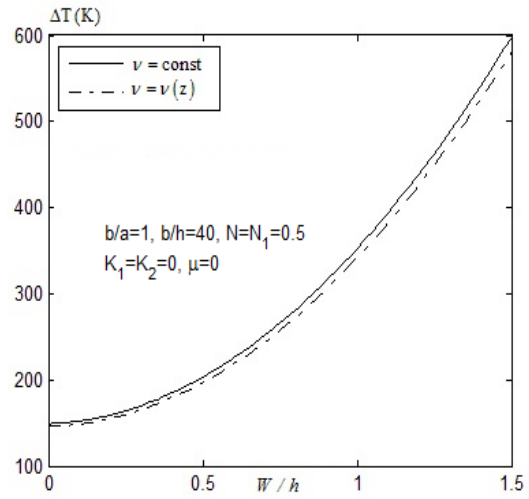
### 2.2.4.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM

Hình 2.7 so sánh đáp ứng sau tới hạn phi tuyến (đường cong độ võng – tải trọng) của tấm mỏng ES-FGM và tấm FGM không có gân gia cường dưới tác dụng của tải nén. Từ hình vẽ ta nhận thấy rằng gân gia cường làm tăng đáng kể khả năng mang tải của tấm mỏng FGM chịu tải nén.





Hình 2.7. So sánh đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm mỏng ES-FGM và tấm FGM không có gân gia cường dưới tác dụng của tải cơ (1, 2: Tấm ES-FGM; 3, 4: Tấm không có gân gia cường).



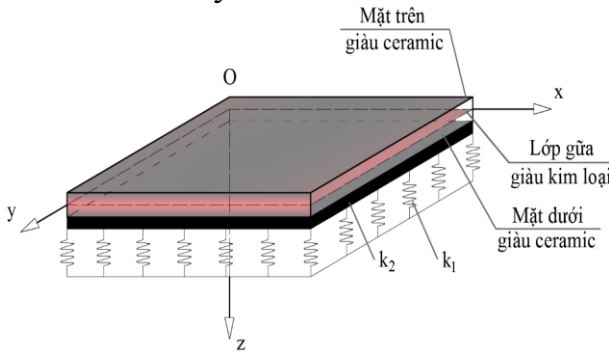
Hình 2.8. Ảnh hưởng của hệ số Poisson lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm mỏng ES-FGM.

### 2.3. Phân tích động lực học của tấm mỏng S-FGM trên nền đàn hồi

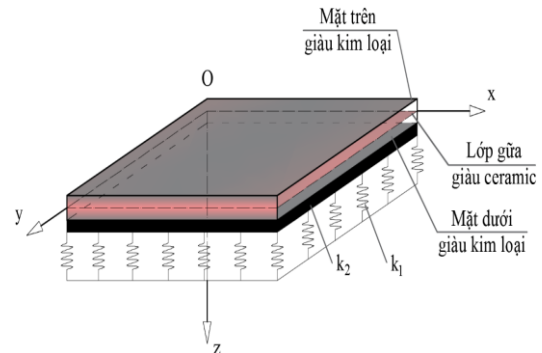
#### 2.3.1. Mô hình tấm mỏng S-FGM trên nền đàn hồi

**Mô hình phân bố vật liệu I:** Bề mặt ngoài của tấm giàu ceramic và mặt giữa là kim loại thuần túy như hình 2.17.

**Mô hình phân bố vật liệu II:** Bề mặt ngoài của tấm giàu kim loại và mặt giữa là ceramic thuần túy như hình 2.18.



Hình 2.17. Tấm S-FGM trên nền đàn hồi (Mô hình I).



Hình 2.18. Tấm S-FGM trên nền đàn hồi (Mô hình II).

#### 2.3.2. Các phương trình cơ bản

Hệ phương trình chuyển động cho tấm FGM sử dụng lý thuyết tấm cổ điển được cho bởi [64]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= J_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - J_1 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}, \\
 \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= J_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - J_1 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2}, \\
 \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - k_1 w \\
 + k_2 \nabla^2 w + q_0 &= J_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + J_1 \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial t^2} \right) - J_2 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial t^2} \right),
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

### 2.3.3. Phân tích động lực học của tấm mỏng S-FGM trên nền đàn hồi

$$\ddot{W}(t) + m_1 W(t) + m_2 W^3(t) + m_3 w_0 = m_4 q_0(t), \quad (2.58)$$

Tần số dao động tự do tuyến tính của tấm mỏng S-FGM được rút ra từ phương trình (2.58), nhận được

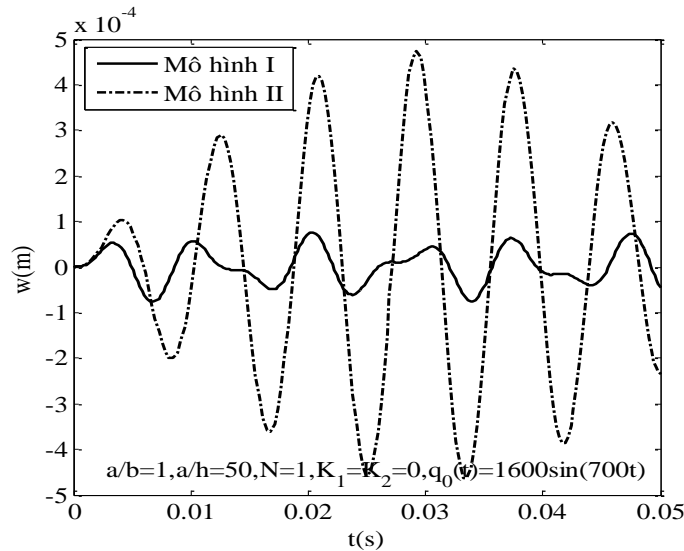
$$\omega = \sqrt{m_1}, \quad (2.59)$$

Phương trình (2.58) là phương trình chủ đạo đi phân tích động lực học của tấm S-FGM với các điều kiện đầu là. Việc giải số phương trình này được tiến hành theo phương pháp số Runge-Kutta bậc 4.

### 2.3.4. Kết quả giải số và thảo luận

Xét một tấm mỏng S-FGM không hoàn hảo có các thông số hình học:  $a = b = 1m$ ,  $h = 0.02m$ . Vật liệu thành phần bao gồm aluminum ( $E_m = 70 \times 10^9 N/m^2$ ,  $\rho_m = 2702 kg/m^3$ ) và alumina ( $E_c = 380 \times 10^9 N/m^2$ ,  $\rho_c = 3800 kg/m^3$ ). Hệ số  $\nu$  được chọn bằng 0.3. Chịu tác dụng của lực cưỡng bức  $q_0(t) = p \sin \Omega t$ .

#### 2.3.4.1. So sánh đáp ứng động lực học của mô hình phân bố vật liệu

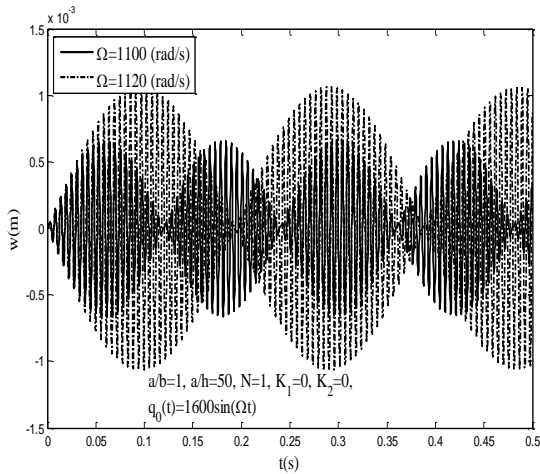


**Hình 2.19.** So sánh đường cong thời gian - độ võng của tấm mỏng S-FGM trong hai trường hợp: Mô hình I và mô hình II

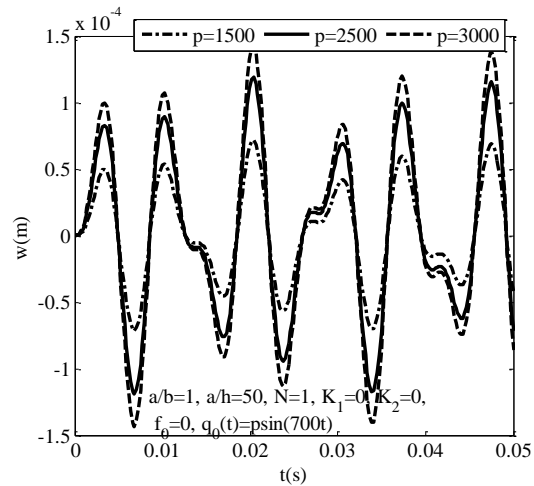
Hình 2.19 thể hiện ảnh hưởng của sự phân bố thành phần ceramic và kim loại tới đường cong thời gian – độ võng của tấm mỏng S-FGM. Như quan sát được trong hình, tấm FGM theo mô hình I (ceramic – kim loại – ceramic) có biên độ đường cong thời gian – độ võng nhỏ hơn so với mô hình II (kim loại – ceramic – kim loại), cho thấy khả năng chịu tải trọng động của tấm mỏng S-FGM theo mô hình I tốt hơn đáng kể so với mô hình II.

#### 2.3.4.2. Phân tích động lực học của tấm S-FGM (sử dụng mô hình I)

Hình 2.20 thể hiện đường cong thời gian – độ võng của tấm S-FGM khi tần số của lực cưỡng bức tiến sát tới tần số dao động tự do tuyến tính của tấm (bảng 2.3). Như quan sát được, hiện tượng phách điều hòa xuất hiện, trong đó biên độ của phách và chiều dài phách tăng nhanh khi tần số của lực cưỡng bức tiến sát tần số dao động tự do tuyến tính của tấm.



**Hình 2.20.** Ảnh hưởng của tần số lực cường độ tới hiện tượng phách điều hòa của tấm S-FGM.



**Hình 2.21.** Đường cong thời gian – độ võng của tấm mỏng S-FGM với các biên độ tải trọng khác nhau.

Hình 2.21 chỉ ra ảnh hưởng của biên độ lực cường độ lên đường cong thời gian – độ võng của tấm mỏng S-FGM trong trường hợp  $p=1500N/m^2$ ,  $p=2500N/m^2$  và  $p=3000N/m^2$ . Từ hình vẽ có thể thấy rằng biên độ của đường cong thời gian – độ võng của tấm tăng khi tăng biên độ của lực cường độ.

## 2.5. Kết luận chương 2

*Trong chương này, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau*

1. Thiết lập được phương trình chủ đạo cho bài toán phân tích phi tuyến tĩnh của tấm mỏng ES-FGM, trong đó hệ số Poisson là hàm của tọa độ  $z$  theo hướng chiều dày của tấm.
2. Thiết lập được phương trình chủ đạo đi xác định đường cong thời gian – độ võng và tần số dao động tự do tuyến tính cho bài toán động lực học của tấm mỏng S-FGM.
3. Khảo sát ảnh hưởng của các tham số đến sự ổn định tĩnh phi tuyến và động lực học của tấm mỏng FGM.

*Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát như*

1. Kết quả tính toán chỉ ra không có sự khác nhau nhiều giữa đường cong độ võng – tải trọng trong trường hợp hệ số Poisson là hằng số và hệ số Poisson là hàm của tọa độ theo hướng chiều dày. Từ đó rút ra kết luận, trong tính toán để đơn giản có thể chọn hệ số Poisson là hằng số.
2. Hiệu quả gia cường của gân là rõ rệt trong các kết quả khảo sát bài toán phân tích phi tuyến tĩnh, cụ thể gân gia cường làm tăng khả năng chịu tải cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp đáng kể.
3. Sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất vật liệu có ảnh hưởng rất rõ rệt đến khả năng chịu tải tĩnh của tấm mỏng ES-FGM. Các tải tới hạn và

khả năng mang tải sau khi tấm bị võng đều giảm rõ rệt do các tính chất vật liệu bị ảnh hưởng tiêu cực bởi nhiệt độ. Vì thế, trong tính toán các kết cấu FGM làm việc trong môi trường nhiệt độ cao cần phải xét đến ảnh hưởng nhiệt độ của các tính chất vật liệu để tính toán, thiết kế được chính xác và đáng tin cậy.

4. Hiện tượng phách điều hòa xuất hiện khi tần số dao động lực cưỡng bức tiến sát với tần số dao động tự do tuyến tính của tấm. Đối với trường hợp tấm phân bố theo mô hình I có tần số dao động tự do tuyến tính lớn hơn và biên độ của đường cong thời gian – độ võng nhỏ hơn với so tấm phân bố theo mô hình II.

5. Các yếu tố nhiệt, gân, nền đàn hồi, tham số hình học, tính chất vật liệu có ảnh hưởng đáng kể đến khả năng mang tải của tấm ES-FGM chịu tải cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp. Ảnh hưởng tham số nền đàn hồi, hình học vật liệu và tính không hoàn đến đường cong thời gian – độ võng và tần số dao động tự do tuyến tính của tấm mỏng S-FGM được chỉ ra.

### CHƯƠNG 3

## PHÂN TÍCH PHI TUYẾN CỦA TẤM DÀY ES - FGM SỬ DỤNG LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC NHẤT

### 3.1. Đặt vấn đề

Sử dụng FSDT và phương pháp giải tích, trong chương này luận án nghiên cứu hai bài toán

**Bài toán 1:** Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM không hoàn hảo trên nền đàn hồi, xét 3 loại tải trọng: tải nén cơ, tải nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp.

**Bài toán 2:** Phân tích động lực học của tấm dày ES-FGM áp điện trên nền đàn hồi, xét 2 loại tải trọng: tải nén cơ và tải nhiệt.

### 3.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi

#### 3.2.1. Tấm dày ES-FGM và các phương trình cơ bản

Xét tấm dày chữ nhật FGM có chiều dài  $a$ , chiều rộng  $b$  và chiều dày  $h$  được đặt trên nền đàn hồi, hình dáng và tọa độ của tấm dày ES-FGM tương tự mô hình trong hình 2.2 và 2.3. Các tính chất hiệu dụng của tấm FGM được sử dụng trong mục này tuân theo quy tắc lũy thừa (P-FGM), được xác định trong biểu thức (2.3) và hệ số Poisson được chọn bằng hằng số.

Các thành phần nội lực và mô men có thể được tính qua các thành phần ứng suất và được viết dưới dạng như sau

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ z\sigma_x \\ z\sigma_y \\ z\sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_x^s dz \\ \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_y^s dz \\ 0 \\ \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_x^s z dz \\ \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_y^s z dz \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$$Q_x = K \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xz} dz + K \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_{xz}^s dz, Q_y = K \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yz} dz + K \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_{yz}^s dz$$

Trong khuôn khổ lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất và giả thiết trường nhiệt độ tăng đều ( $\Delta T$  không phụ thuộc vào tọa độ tâm), các phương trình cân bằng của tấm phẳng (hoàn hảo) chữ nhật trên nền đàn hồi được viết dưới dạng hàm độ võng  $w$  và các thành phần nội lực như sau [11, 91]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - k_1 w + k_2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) &= 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0, \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

### 3.2.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM

Để giải các phương trình (3.11) và (3.12) với các ẩn là  $w$ ,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  và  $f$ , và thỏa mãn các điều kiện biên từ (3.13) – (3.15), giả sử các nghiệm xấp xỉ được chọn

$$\begin{aligned} w &= W \sin \alpha x \sin \beta y, w^* = \mu h \sin \alpha x \sin \beta y, \\ \phi_x &= \lambda_1 \cos \alpha x \sin \beta y + \lambda_2 \sin 2\alpha x, \\ \phi_y &= \lambda_3 \sin \alpha x \cos \beta y + \lambda_4 \sin 2\beta y, \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$f = F_1 \cos 2\alpha x + F_2 \cos 2\beta y + F_3 \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{x_0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y_0} x^2,$$

trong đó  $\alpha = \frac{m\pi}{a}$ ,  $\beta = \frac{n\pi}{b}$ ,  $m, n$  là số nửa sóng theo các phương  $x, y$  tương ứng,

và  $W$  là biên độ của độ võng. Trong khi đó,  $\lambda_i$  ( $i=1-4$ ) và  $F_i$  ( $i=1-3$ ) là các hệ số cần xác định.

#### 3.2.2.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm ES-FGM chịu nén

$$F_x = e_1 \bar{W} + e_2 \frac{\bar{W}}{\bar{W} + \mu} + e_3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{\bar{W} + \mu} + e_4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu), \quad (3.19)$$

### 3.2.2.3. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM chịu tải nhiệt

$$\Delta T = e_1^2 \bar{W} + e_2^2 \frac{\bar{W}}{\bar{W} + \mu} + e_3^2 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{\bar{W} + \mu} + e_4^2 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu), \quad (3.23)$$

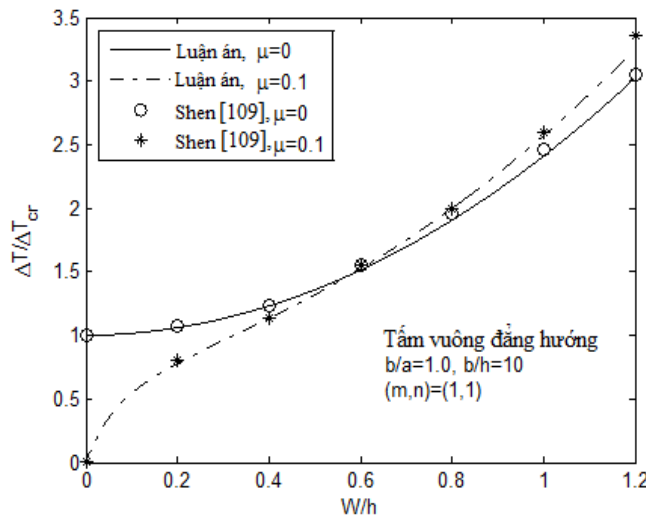
### 3.2.2.4. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM chịu tải cơ – nhiệt kết hợp

$$F_x = e_1^3 \bar{W} + e_2^3 \frac{\bar{W}}{\bar{W} + \mu} + e_3^3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{\bar{W} + \mu} + e_4^3 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu) + \frac{C_{22}^* n^2 \pi^2 H}{4A_{11}^* P_2 B_a} \Delta T, \quad (3.24)$$

## 3.2.3. Kết quả giải số và thảo luận

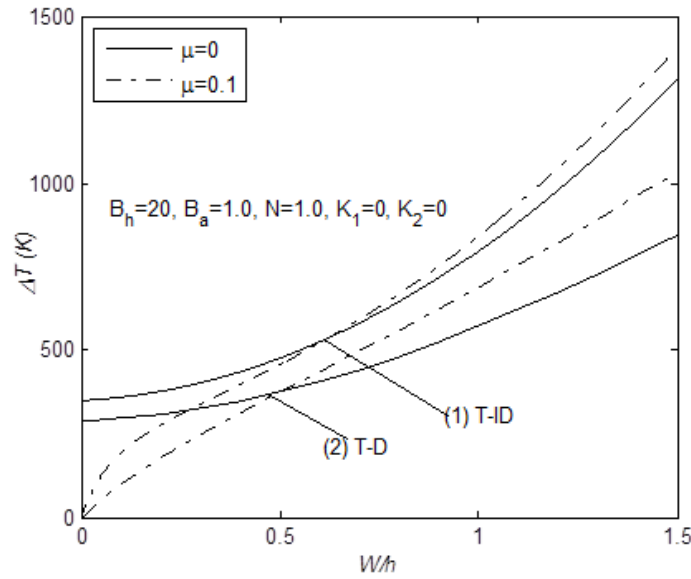
### 3.2.3.1. Kết quả so sánh

Hình 3.1 trình bày sự so sánh đường cong độ võng – tải trọng trong giai đoạn sau tới hạn do nhiệt của tấm đồng nhất ( $\nu = 0.3$ ) với kết quả của Shen [109] cho cả trường hợp tấm hoàn hảo ( $\mu = 0$ ) và trường hợp tấm không hoàn hảo ( $\mu = 0.1$ ). Trong [109] tác giả đã sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc 1 và phương pháp khai triển tiệm cận theo tham số bé các hàm độ võng và ứng suất trong đó kể đến tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ.



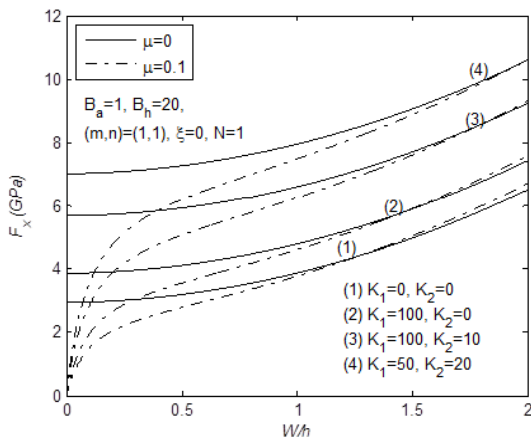
**Hình 3.1.** So sánh đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm đồng nhất chịu tải nhiệt.

### 3.2.3.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM

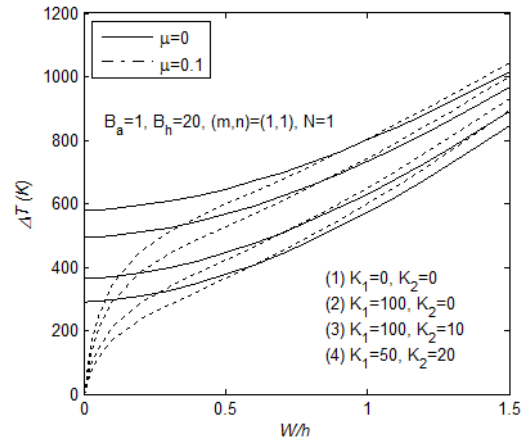


**Hình 3.5.** Ảnh hưởng của sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất hiệu dụng lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm dày ES-FGM.

Hình 3.5 chỉ ra ảnh hưởng của sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất lên đường cong độ võng – tải trọng của tấm dày ES-FGM chịu tải nhiệt. Các đường cong độ võng – nhiệt độ của tấm hoàn hảo và không hoàn hảo với tính chất T-D được so sánh với các đường cong khi các tính chất T-ID. Rõ ràng, các tính chất vật liệu T-D làm cho tấm dày ES-FGM yếu hơn một cách đáng kể dưới tác dụng của tải nhiệt. Có thể hiểu rằng, ảnh hưởng của nhiệt độ một cách tiêu cực lên tính chất vật liệu như làm giảm mô đun đàn hồi  $E$  và tăng hệ số giãn nở nhiệt  $\alpha$ . Bởi vậy, để kết quả tính toán được chính xác, trong các bài toán ổn định của kết cấu FGM trong trường nhiệt độ cần xem xét đến tính chất T-D của vật liệu.



**Hình 3.8.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm dày ES-FGM chịu tải nén.



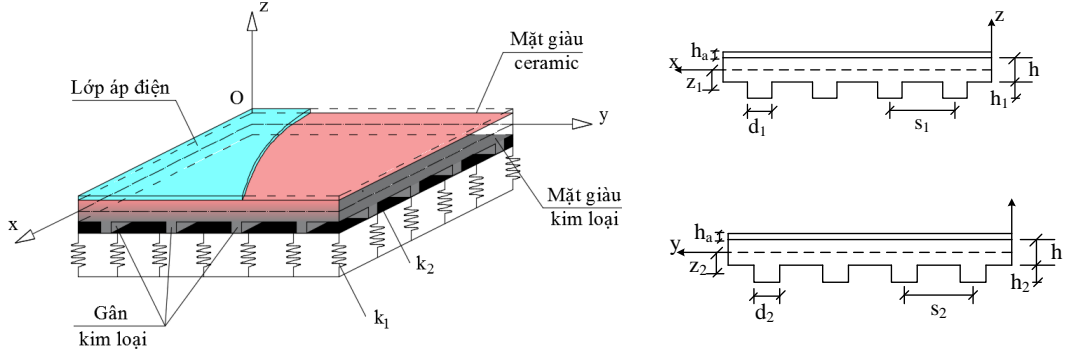
**Hình 3.9.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm dày ES-FGM chịu tải nhiệt.

### 3.3. Phân tích động lực học của tấm ES-FGM áp điện trên nền đàn hồi

#### 3.3.1. Tấm ES-FGM áp điện trên nền đàn hồi

Xét tấm chữ nhật ES-FGM áp điện với chiều dài  $a$ , chiều rộng  $b$ , và chiều dày  $h$  trên nền đàn hồi. Một mặt của tấm được gia cường bằng hệ thống các gân dọc và ngang tương ứng theo phương  $x$  và  $y$  và mặt kia được gắn một lớp áp điện có chiều

đầy  $h_a$ . Mô hình tấm ES-FGM áp điện được chỉ ra trong hình 3.16.



**Hình 3.16.** Mô hình tấm ES-FGM áp điện trên nền đàn hồi.

### 3.3.2. Các phương trình cơ bản

Định luật Hooke cho tấm FGM áp điện dưới tác dụng của nhiệt độ được định nghĩa như sau

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix}, \quad (3.27)$$

trong đó  $Q_{11} = Q_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}$ ,  $Q_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}$ ,  $Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)}$ .

Độ cứng của lớp áp điện  $e_{31}, e_{32}, e_{15}, e_{24}$  có thể biểu diễn theo các hằng số điện môi  $d_{31}, d_{32}, d_{15}, d_{24}$ .

Độ cứng đàn hồi  $Q_{ij}^a$  ( $ij = 11, 22, 12, 44, 55, 66$ ) của lớp áp điện là

$$e_{31} = d_{31}Q_{11}^a + d_{32}Q_{12}^a, e_{32} = d_{31}Q_{12}^a + d_{32}Q_{22}^a, e_{24} = d_{24}Q_{44}^a, e_{15} = d_{15}Q_{55}^a. \quad (3.28)$$

(chú ý rằng mỗi lớp áp điện có  $Q_{ij}^a = Q_{ij}$ .)

Chỉ có thành phần điện trường chiếm ưu thế trong vỏ vật liệu áp điện. Nếu điện áp  $V_a$  chỉ tác dụng lên các lớp áp điện theo hướng chiều dày thì [110]

$$\begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_a / h_a \end{Bmatrix}, \quad (3.29)$$

trong đó  $V_a$  là điện áp đặt vào lớp áp điện.

### 3.3.3. Phân tích động lực học của tấm ES-FGM áp điện

Xét hai trường hợp điều kiện biên (3.13) và (3.14). Dạng nghiệm được chọn để giải phương trình (3.36) và (3.37) và thỏa mãn điều kiện (3.13) và (3.14) được cho như sau



$$\begin{aligned}
w(x, y, t) &= W(t) \sin \alpha x \sin \beta y, \\
w^*(x, y, t) &= \mu h \sin \alpha x \sin \beta y, \\
\phi_x(x, y, t) &= \Phi_x(t) \cos \alpha x \sin \beta y, \\
\phi_y(x, y, t) &= \Phi_y(t) \sin \alpha x \cos \beta y,
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Đặt phương trình (3.38) vào phương trình tương thích biến dạng (3.37), thu được dạng nghiệm của hàm ứng suất  $f$ :

$$\begin{aligned}
f(x, y, t) &= A_1(t) \cos 2\alpha x + A_2(t) \cos 2\beta y + A_3(t) \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2, \\
A_1 &= -W(W + 2\mu h) \frac{\beta^2}{\alpha^2} \frac{\Delta}{32A_{11}}, A_2 = -W(W + 2\mu h) \frac{\alpha^2}{\beta^2} \frac{\Delta}{32A_{22}}, A_3 = D_1 \Phi_x + D_2 \Phi_y,
\end{aligned} \tag{3.39}$$

### 3.3.3.1. Phân tích động lực học của tấm ES-FGM áp điện chịu tải nén

$$l_{11} W + l_{12} \Phi_x + l_{13} \Phi_y + l_{14} (W + \mu h) \Phi_x + l_{15} (W + \mu h) \Phi_y + l_{16} (W + \mu h)$$

$$+ l_{17} W (W + \mu h) (W + 2\mu h) + (P_x \alpha^2 + P_y \beta^2) h (W + \mu h) + l_{18} q_0(t) = I_0 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},$$

$$l_{21} \Phi_x + l_{22} \Phi_y + l_{23} (W + \mu h) + l_{24} W (W + 2\mu h) = \left( I_2 - \frac{I_1^2}{I_0} \right) \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial t^2}, \tag{3.41}$$

$$l_{31} \Phi_x + l_{32} \Phi_y + l_{33} (W + \mu h) + l_{34} W (W + 2\mu h) = \left( I_2 - \frac{I_1^2}{I_0} \right) \frac{\partial^2 \Phi_y}{\partial t^2}.$$

Xét phần tuyến tính trong phương trình (3.41) và đặt  $q_0(t) = 0$ , tần số dao động tự do tuyến tính của tấm có thể được xác định trực tiếp bằng cách giải định thức sau

$$\begin{vmatrix}
l_{11} + l_{16} + (P_x \alpha^2 + P_y \beta^2) h + I_0 \omega^2 & l_{12} & l_{13} \\
l_{23} & l_{21} + \rho_1 \omega^2 & l_{22} \\
l_{33} & l_{31} & l_{32} + \rho_1 \omega^2
\end{vmatrix} = 0. \tag{3.42}$$

### 3.3.3.2. Phân tích động lực học của tấm ES-FGM áp điện chịu tải nhiệt

#### 3.3.3.3. Quan hệ tần số - biên độ

Từ phương trình (3.48), tần số dao động tự do tuyến tính của tấm ES-FGM áp điện có thể được xác định như sau

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{-(a_1 + a_2)}{I_0}}. \tag{3.49}$$

Xác định quan hệ tần số - biên độ dựa trên phương pháp cân bằng điều hòa, chọn  $W(t) = A \sin \Omega t$ , sau đó thay vào phương trình (3.50) và áp dụng phương pháp

cân bằng điều hòa  $\left( \int_0^{\pi/2\Omega} X \sin \Omega t dt = 0 \right)$ , mối quan hệ giữa tần số - biên độ được xác định như sau

$$\alpha^2 - \left( 1 - \frac{8}{3\pi} MA + \frac{3}{4} NA^2 \right) + \frac{R}{A\omega_{mn}^2} = 0, \alpha = \frac{\Omega}{\omega_{mn}}. \tag{3.51}$$

Trường hợp  $R = 0$ , tức là không có ngoại lực tác động lên tấm, ta thu được mối quan hệ biên độ - tần số trong trường hợp dao động tự do

$$\omega_{NL}^2 = \omega_{mn}^2 \left( 1 - \frac{8}{3\pi} MA + \frac{3}{4} NA^2 \right). \quad (3.52)$$

### 3.3.4. Các kết quả số và thảo luận

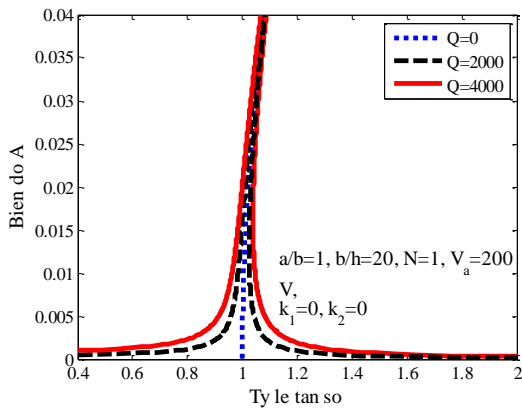
**Bảng 3.5.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi lên tần số dao động tự do tuyến tính  $\omega$  (rad/s) của tấm dày ES-FGM với  $a/b=1, a/h=20, N=1, P_x=0, P_y=0, \Delta T=0$

$(m, n)$	$k_1$ (GPa/m), $k_2$ (GPa.m)			
	0; 0	0.3; 0	0.3; 0.02	0.0001; 0.04
(1,1)	2885	3076	3310	3363
(1,3)	14075	14116	14375	14591
(1,5)	31575	33545	33828	34091
(3,5)	41101	41115	41414	41699
(5,5)	55925	55935	56257	56569

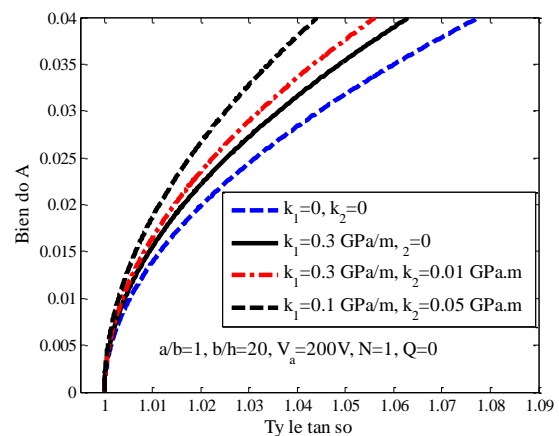
Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi đến tần số dao động tự do tuyến tính của tấm dày ES-FGM được chỉ ra trong bảng 3.5. Giá trị tần số dao động tự do tuyến tính tăng khi tăng giá trị của hệ số nền đàn hồi ( $k_1, k_2$ ). Hơn nữa, ảnh hưởng của hệ số nền Pasternak đến tần số dao động tự do tuyến tính lớn hơn hệ số nền Winkler. Bảng 3.5 cho thấy rằng giá trị tần số dao động tự do tuyến tính nhỏ nhất trong trường hợp cặp giá trị mode  $(m, n) = (1, 1)$ .

Hình 3.25 cho thấy ảnh hưởng của tải trọng điều hòa đến quan hệ biên độ-tần số trong trường hợp tải trọng động. Ta xét các trường hợp  $Q=0$  (dao động tự do),  $Q=2000$  và  $Q=4000$ . Có thể thấy rằng đường cong tần số biên độ trong trường hợp có biên độ lực cưỡng bức thì ở phía ngoài đường dao động tự do các đường cong biên độ tần số có biên độ lực lớn có xu hướng tiến dần về phía đường cong dao động tự do ( $Q=0$ ).

Hình 3.26 cho thấy ảnh hưởng của nền đàn hồi đến quan hệ tần số - biên độ của tấm ES-FGM áp điện dao động tự do. Hình 3.26 cho thấy tại cùng một tần số dao động thì tấm ES-FGM áp điện trên nền đàn hồi có biên độ của đường cong thời gian - độ võng nhỏ hơn so với tấm không đặt trên nền đàn hồi.



**Hình 3.25.** Ảnh hưởng của tải trọng bên ngoài đến quan hệ biên độ-tần số trong trường hợp chịu tải trọng động.



**Hình 3.26.** Ảnh hưởng của nền đàn hồi tới quan hệ tần số - biên độ của tấm ES-FGM áp điện dao động tự do.

### 3.5. Kết luận chương 3

#### Trong chương 3, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau

1. Thiết lập được phương trình chủ đạo cho bài toán phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM, xét 3 loại tải trọng: cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp trên nền đàn hồi.
2. Thiết lập được phương trình chủ đạo đi xác định đường cong thời gian – độ võng, tần số dao động tự do tuyến tính và đường cong quan hệ tần số - biên độ của tấm dày ES-FGM áp điện trong trường nhiệt độ trên nền đàn hồi.
3. Lập trình khảo sát ảnh hưởng của các tham số đến đáp ứng phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM; và đến đường cong thời gian – độ võng, tần số dao động tự do tuyến tính và đường cong quan hệ tần số - biên độ của tấm dày ES-FGM áp điện.

#### Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát như

1. Gân gia cường có ảnh hưởng tích cực đối với bài toán phân tích động lực học, gân gia cường làm tăng tần số dao động tự do tuyến tính và làm giảm biên độ của đường cong thời gian – độ võng của dao động cưỡng bức phi tuyến một cách rõ rệt.
2. Nhiệt độ có ảnh hưởng tiêu cực đến khả năng mang tải động của tấm ES-FGM áp điện, cụ thể làm tăng biên độ của đường cong thời gian – độ võng.
3. Trong trường hợp tấm ES-FGM áp điện chịu tải trọng động, khi tăng điện áp đặt vào làm cho biên độ của đường cong thời gian – độ võng giảm, và ảnh hưởng của điện áp tới đáp đường cong thời gian – độ võng là nhỏ.
4. Kết quả so sánh bài toán động lực học trong trường hợp sử dụng quán tính do góc xoay  $\Phi_x, \Phi_y$  và bỏ qua được thảo luận chi tiết, từ đó rút ra kết quả có thể bỏ qua được quán tính do góc  $\Phi_x, \Phi_y$ . Trong trường hợp bỏ qua quán tính do góc xoay  $\Phi_x, \Phi_y$  ta có thể xác định được biểu thức hiển của quan hệ tần số - biên độ. Đường cong tần số biên độ trong trường hợp có biên độ lực cưỡng bức thì ở phía ngoài đường dao động tự do các đường cong tần số - biên độ có biên độ lực lớn có xu hướng tiến dần về phía đường cong dao động tự do.
5. Các kết quả định tính nhận được khi khảo sát ảnh hưởng của các tham số đầu vào khác đến đường con thời gian – độ võng, tần số dao động tự do tuyến tính, quan hệ tần số biên độ (phân tích động lực học) và tải tới hạn,

đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn (phân tích phi tuyến tĩnh) nhận được kết quả tương tự khi phân tích tấm mỏng.

## CHƯƠNG 4

### PHÂN TÍCH PHI TUYẾN CỦA TẤM DÀY ES-FGM SỬ DỤNG LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC BA

#### 4.1. Đặt vấn đề

Trong mục này luận án sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc 3 để nghiên cứu lời giải giải tích cho 2 bài toán

**Bài toán 1:** Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM không hoàn hảo trên nền đàn hồi, chịu 3 loại tải trọng: tải cơ, tải nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp.

**Bài toán 2:** Phân tích động lực học của tấm dày ES-FGM không hoàn hảo trên nền đàn hồi chịu tải nhiệt.

#### 4.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi

##### 4.2.1. Tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi và các phương trình cơ bản

Các thành phần nội lực và mô men có thể được tính qua các thành phần ứng suất của tấm và gân và được viết dưới dạng như sau

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ P_x \\ P_y \\ P_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ z\sigma_x \\ z\sigma_y \\ z\sigma_{xy} \\ z^3\sigma_x \\ z^3\sigma_y \\ z^3\sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_x^s dz \\ \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_y^s dz \\ 0 \\ \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_x^s z dz \\ \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_y^s z dz \\ 0 \\ \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{-h/2} \sigma_x^s z^3 dz \\ \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{-h/2} \sigma_y^s z^3 dz \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

$$(Q_x, R_x) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_j(1, z^2) dz + \frac{d_1}{s_1} \int_{-h/2-h_1}^{h/2} \sigma_j(1, z^2) dz, \quad j = xz, yz.$$

$$(Q_y, R_y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_j(1, z^2) dz + \frac{d_2}{s_2} \int_{-h/2-h_2}^{h/2} \sigma_j(1, z^2) dz, \quad j = xz, yz.$$

##### 4.2.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi

Xét tấm chữ nhật ES-FGM không hoàn hảo chịu tác dụng của các tải: nén, nhiệt

và cơ nhiệt đồng thời với ba loại điều kiện biên sau

**Trường hợp 1.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề và có thể tự do dịch chuyển (freely movable, FM) trong mặt phẳng tấm. Đây là trường hợp các cạnh tựa tự do và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = N_{xy} = \phi_y = M_x = P_x = 0, N_x = N_{x0} \text{ tại } x=0 \text{ và } x=a, \\ w = N_{xy} = \phi_x = M_y = P_y = 0, N_y = N_{y0} \text{ tại } y=0 \text{ và } y=b. \end{aligned} \quad (4.12)$$

**Trường hợp 2.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề và không thể dịch chuyển (immovable, IM) trong mặt phẳng tấm. Đây là trường hợp các cạnh tựa cố định và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = u = \phi_y = M_x = P_x = 0, N_x = N_{x0} \text{ tại } x=0 \text{ và } x=a, \\ w = v = \phi_x = M_y = P_y = 0, N_y = N_{y0} \text{ tại } y=0 \text{ và } y=b. \end{aligned} \quad (4.13)$$

**Trường hợp 3.** Tất cả bốn cạnh của tấm tựa bản lề. Hai cạnh  $x=0, a$  có thể tự do dịch chuyển và hai cạnh  $x=0, b$  không thể dịch chuyển trong mặt phẳng tấm. Trong trường hợp này các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} w = N_{xy} = \phi_y = M_x = P_x = 0, N_x = N_{x0} \text{ tại } x=0 \text{ và } x=a, \\ w = v = \phi_x = M_y = P_y = 0, N_y = N_{y0} \text{ tại } y=0 \text{ và } y=b, \end{aligned} \quad (4.14)$$

trong đó  $N_{x0}, N_{y0}$  là các lực tác dụng trên các cạnh của tấm trong trường hợp các cạnh đó có thể dịch chuyển và là phản lực trên các cạnh tấm trong trường hợp các cạnh không thể dịch chuyển trong mặt phẳng.

#### 4.2.2.1. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM chịu nén trên các cạnh

Xét tấm chữ nhật ES-FGM tựa tự do trên bốn cạnh (điều kiện biên (4.12)) chịu các tải nén đều  $F_x$  and  $F_y$  (Pascal), lần lượt trên các cạnh  $x=0, a$  và  $y=0, b$ . Trong trường hợp này các lực nén được xác định trong (2.31).

Đặt (2.31) vào (4.16), nhận được

$$F_x = g_1 \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \mu)} + g_2 \bar{W} + g_3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{(\bar{W} + \mu)} + g_4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu), \quad (4.17)$$

#### 4.2.2.2. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM chịu tải nhiệt

Đặt phương trình (4.19) vào phương trình (4.16), nhận được

$$\begin{aligned} \Delta T = e_1 \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \mu)} + e_2 \bar{W} + e_3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{(\bar{W} + \mu)} + e_4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu) + e_5 \bar{W}^2 \\ + e_6 \bar{W}\mu, \end{aligned} \quad (4.21)$$

trong đó các hệ số  $e_i$  ( $i=1-6$ ) được xác định như trong phụ lục E.

Khi  $\mu=0$ , phương trình (4.21) dẫn về phương trình mà nhiệt độ tại điểm rẽ nhánh  $\Delta T_b$  làm tấm tới hạn lên có thể thu được bằng cách lấy giới hạn đạo hàm  $\Delta T(\bar{W})$  khi  $\bar{W} \rightarrow 0$ , nhận được  $\Delta T_b = e_1$ .

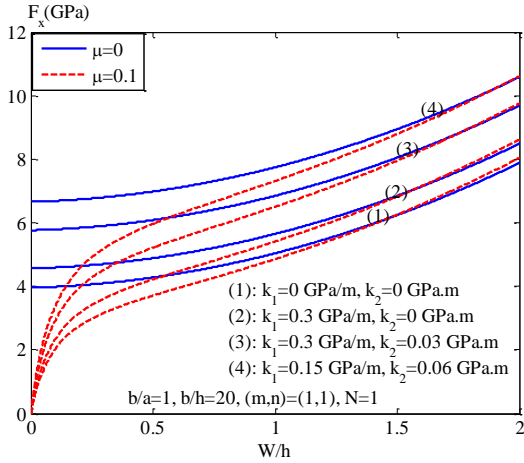
#### 4.2.2.3. Phân tích phi tuyến tĩnh của tấm dày ES-FGM chịu tải cơ – nhiệt kết hợp

Thực hiện một số phép biến đổi phương trình thứ hai của (4.18) để thu được biểu thức xác định  $N_{y0}$ . Sau đó thay biểu thức  $N_{y0}$  vừa tìm được và  $N_{x0} = -F_x h$  vào phương trình (4.16), nhận được

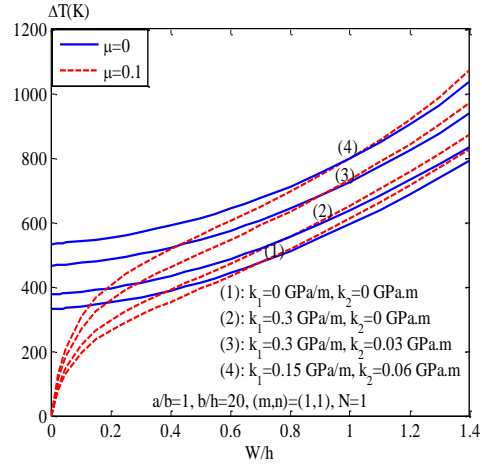
$$F_x = j_1 \frac{\bar{W}}{(\bar{W} + \mu)} + j_2 \bar{W} + j_3 \frac{\bar{W}(\bar{W} + 2\mu)}{(\bar{W} + \mu)} + j_4 \bar{W}(\bar{W} + 2\mu) \quad (4.22)$$

$$+ j_5 \bar{W}^2 + j_6 \bar{W}\mu + j_7 \Delta T,$$

### 4.2.3. Kết quả giải số và thảo luận



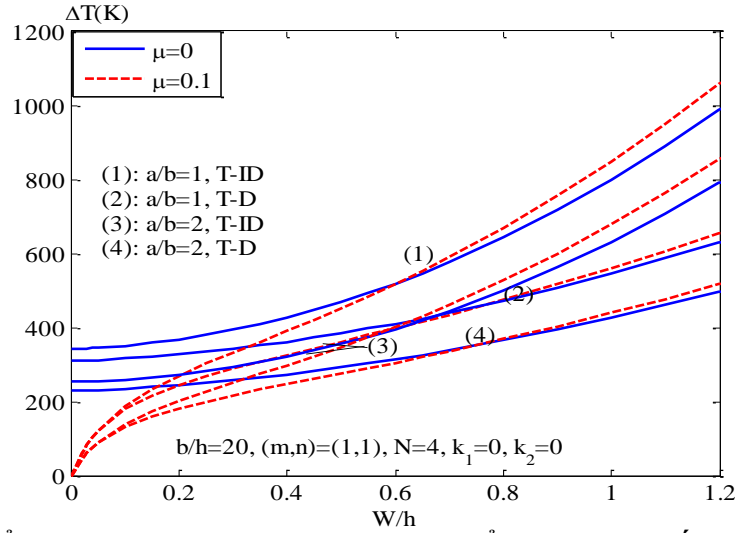
**Hình 4.6.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm dày ES-FGM chịu tải trọng nén



**Hình 4.7.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi lên đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn của tấm dày ES-FGM chịu tải nhiệt

Hình 4.6 và 4.7 chỉ ra ảnh hưởng của hệ số mô hình nền đàn hồi lên đáp ứng phi tuyến của tấm dày ES-FGM trong trường hợp tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ. Nền đàn hồi có ảnh hưởng tích cực lên sự ổn định tĩnh của tấm trong cả hai trường hợp chịu tải nén và tải nhiệt độ. Hơn nữa, hệ số nền theo mô hình Pasternak có ảnh hưởng mạnh hơn so với hệ số nền theo mô hình nền Winkler.

Hình 4.12 đánh giá ảnh hưởng của tỷ số cạnh  $a/b$  lên ứng xử ổn định phi tuyến của tấm FGM có gân gia cường tựa cố định trên bốn cạnh và chịu tải nhiệt. Trong hình này hai giá trị của tỷ số cạnh  $a/b = (1, 2)$  được xét và các kết quả được so sánh giữa các tấm phẳng, không hoàn hảo và khi kể đến và không kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ lên các tính chất vật liệu hiệu dụng. Kết quả chỉ ra trong hình này cho thấy rằng các tính chất vật liệu T-D và sự tăng tỷ lệ cạnh  $a/b$  đều làm giảm khả năng mang tải nhiệt của các tấm FGM và các đường cong độ võng – nhiệt độ trở nên thấp hơn.



**Hình 4.12.** Ảnh hưởng của tỷ lệ  $a/b$  lên sự ổn định của tấm dày ES-FGM.

### 4.3. Phân tích động lực học của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi

#### 4.3.1. Các phương trình cơ bản

Hệ phương trình chuyển động của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi được xác định như sau [91]

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + J_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} - c_1 I_3 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}, \\
 \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + J_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} - c_1 I_3 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2}, \\
 \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - c_2 \left( \frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y} \right) + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
 + c_1 \left( \frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 P_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 P_y}{\partial y^2} \right) \\
 - k_1 w + k_2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + q_0(t) &= I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\varepsilon I_0 \frac{\partial w}{\partial t} - \\
 c_1^2 I_6 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial t^2} \right) + c_1 \left[ I_3 \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial t^2} \right) + J_4 \left( \frac{\partial^3 \phi_x}{\partial x \partial t^2} + \frac{\partial^3 \phi_y}{\partial y \partial t^2} \right) \right], \\
 \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - c_1 \left( \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} \right) - Q_x + c_2 R_x &= J_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} - c_1 J_4 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2}, \\
 \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - c_1 \left( \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} \right) - Q_y + c_2 R_y &= J_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + K_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} - c_1 J_4 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2},
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

#### 4.3.2. Phân tích động lực học của tấm dày ES-FGM trên nền đàn hồi

Thay phương trình (4.28) vào phương trình chuyển động (4.26), chúng ta có

$$\begin{aligned}
& \left[ l_{11} - e_{15}\alpha^2\Phi_1 - e_{25}\beta^2\Phi_1 + e_{16}\alpha^2\phi_{1x} + e_{26}\beta^2\phi_{1y} \right] W \\
& + l_{12}\Phi_x + l_{13}\Phi_y + l_{14}\Phi_x W + l_{15}\Phi_y W + l_{16}W^2 + l_{17}W^3 + \frac{16}{mn\pi^2} q_0(t) \\
& = n_2 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2\varepsilon I_0 \frac{\partial W}{\partial t} + \rho_2 \frac{m\pi}{a} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + \rho_2 \frac{n\pi}{b} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}, \\
& l_{21}W + l_{22}\Phi_x + l_{23}\Phi_y = \rho_1 \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial t^2} + \rho_2 \frac{m\pi}{a} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \\
& l_{31}W + l_{32}\Phi_x + l_{33}\Phi_y = \rho_1 \frac{\partial^2 \Phi_y}{\partial t^2} + \rho_2 \frac{n\pi}{b} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{4.29}$$

các hệ số  $l_i$  ( $i = 4 - 7$ ) được xác định như trong phụ lục F.

Giữ lại các số hạng tuyến tính trong phương trình (4.29) và đặt  $q_0(t) = 0$ , tần số dao động tự do tuyến tính của tấm được xác định khi giải định thức sau

$$\begin{vmatrix}
l_{11} - e_{15}\alpha^2\Phi_1 - e_{25}\beta^2\Phi_1 & l_{12} + \rho_2 \frac{m\pi}{a} \omega^2 & l_{13} + \rho_2 \frac{n\pi}{b} \omega^2 \\
+ e_{16}\alpha^2\Phi_{1x} + e_{26}\beta^2\Phi_{1y} + n_2\omega^2 & l_{22} + \rho_1\omega^2 & l_{23} \\
l_{21} + \rho_2\alpha\omega^2 & l_{32} & l_{33} + \rho_1\omega^2
\end{vmatrix} = 0. \tag{4.30}$$

Tấm được đặt trong môi trường có nhiệt độ tăng đều từ giá trị  $T_i$  đến giá trị  $T_f$ , sự chênh lệch nhiệt độ  $\Delta T = T_f - T_i$  là một hằng số.

### 4.3.3. Kết quả giải số và thảo luận

#### 4.3.3.1. Kết quả so sánh

Trong trường hợp tấm FGM không có gân gia cường tương ứng với điều kiện:  $A_1 = A_2 = 0$  và  $I_1 = I_2 = 0$ , luận án so sánh kết quả giải số với trường hợp tấm không gân với nghiên cứu của Ungbhakorn và Wattanasakulpong [147]. Trong [147] tác giả sử dụng hàm năng lượng và sử dụng phương pháp hàm chuyển vị. Từ bảng 4.3, có thể thấy rằng kết quả trong luận án không có sự khác nhau nhiều so với kết quả trong nghiên cứu [108].

**Bảng 4.3.** So sánh tần số dao động tự do tuyến tính không thứ nguyên  $\gamma = \omega h \sqrt{\frac{\rho_c}{E_c}}$  cho tấm  $Al / Al_2O_3$ , ( $a/b = 1, (m, n) = (1, 1), \Delta T = 0$ )

	$a = 10h$			$a = 5h$		
	$N = 0.5$	$N = 1.0$	$N = 10.0$	$N = 0.5$	$N = 1.0$	$N = 10.0$
Tài liệu [147]	0.0490	0.0442	0.0364	0.1807	0.1631	0.1301
Luận án	0.05	0.0440	0.0369	0.1829	0.1640	0.1300

#### 4.3.3.2. Tần số dao động tự do tuyến tính



**Bảng 4.5.** Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi, gân gia cường và mode tới hạn  $(m, n)$  đến tần số tần số dao động tự do tuyến tính của tấm dày ES-FGM.

	$\omega_1$ (m = 1, n = 1)		$\omega_2$ (m = 1, n = 3)		$\omega_3$ (m = 1, n = 5)		$\omega_4$ (m = 3, n = 5)		$\omega_5$ (m = 5, n = 5)	
	Có gân	Khôn g gân	Có gân	Khôn g gân	Có gân	Khôn g gân	Có gân	Khôn g gân	Có gân	Khôn g gân
0	2880	2278	4380	11126	8123	27723	10827	35552	15062	50417
	0		5		0		8		9	
0.1	2881	2409	4381	11153	8123	27734	10828	35561	15063	50421
	1		2		2		1		0	
0.3	2883	2651	4382	11207	8124	27756	10828	35576	15063	50434
	2		6		0		7		5	
0.35	2883	2708	4383	11220	8124	27761	10828	35580	15063	50436
	8		1		3		8		5	
0.5	2885	2872	4384	11261	8124	27777	10829	35593	15063	50446
	4		1		8		2		9	
0.7	2887	3079	4385	11316	8125	27798	10829	35611	15064	50457
	5		4		5		8		3	

Ảnh hưởng của hệ số nền đàn hồi tới tần số dao động tự do tuyến tính của tấm dày ES-FGM được thể hiện như trong bảng 4.5, tăng  $k_1$  làm tăng giá trị tần số dao động tự do tuyến tính. Bảng 4.5 còn cho thấy tần số dao động tự do tuyến tính nhỏ nhất ứng với cặp mode  $(m, n) = (1, 1)$ .

#### 4.4. Kết luận chương 4

**Trong chương 4, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau**

1. Thiết lập được phương trình chủ đạo cho bài toán phân tích phi tuyến tĩnh của tấm ES-FGM, xét 3 loại tải trọng: cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp trên nền đàn hồi sử dụng TSĐT.
2. Thiết lập được phương trình chủ đạo cho bài toán phân tích động

lực học của tấm ES-FGM chịu tải nhiệt trên nền đàn hồi sử dụng TSDT.

3. Lập trình khảo sát ảnh hưởng của các tham số đầu vào đến đáp ứng phi tuyến tĩnh và động lực học của tấm dày ES-FGM.

### **Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát**

1. Kết quả so sánh khi sử dụng FSDT và TSDT cho tấm dày cho thấy có sự khác nhau.

2. Tính chất T-ID và sự tăng tỷ lệ cạnh  $a/b$  đều làm giảm khả năng mang tải nhiệt của các tấm dày ES-FGM, làm các đường cong độ võng – nhiệt độ trở nên thấp hơn.

3. Tham số nền đàn hồi có ảnh hưởng tích cực đến ổn định tĩnh của tấm ES-FGM (làm tăng giá trị tải tới hạn và làm đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn cao hơn) và đến đáp ứng động lực học của tấm ES-FGM (làm tăng giá trị tần số dao động tự do tuyến tính, làm giảm biên độ của đường cong thời gian – độ võng).

4. Khảo sát ảnh hưởng của điều kiện biên ràng buộc dịch chuyển tại các cạnh lên đường cong độ võng – tải trọng cho thấy: Tấm hoàn hảo bị võng sớm hơn khi các cạnh  $y = 0, b$  tựa cố định nhưng nói chung khả năng mang tải trong giai đoạn sau tới hạn của cả tấm hoàn hảo và không hoàn hảo là tốt hơn khi các cạnh  $y = 0, b$  bị ngăn dịch chuyển và độ võng đủ lớn.

5. Các kết quả định tính nhận được khi khảo sát ảnh hưởng của các tham số đầu vào đến phân tích phi tuyến tĩnh và phân tích động lực học của tấm ES-FGM được rút ra tương tự trong các chương 2 và 3.

## **KẾT LUẬN**

### **Những đóng góp mới của luận án**

1. Đã góp phần đề xuất công thức tính sự thay đổi các tham số hình học của gân gia cường theo sự biến thiên nhiệt độ môi trường chứa tấm và xây dựng công thức tổng quát để tính các thành phần lực và mô men của kết cấu

tấm FGM có gân gia cường.

2. Dựa trên lý thuyết tấm cổ điển, biến dạng trượt bậc nhất và bậc ba của Reddy cùng với tính phi tuyến hình học của Von Karman kết hợp với kỹ thuật san đều tác dụng gân của Lekhnitskii và công thức gân mới tổng quát, luận án đã thiết lập được các phương trình cơ bản của bài toán phân tích phi tuyến tĩnh và động lực học của tấm FGM có và không có gân gia cường tựa trên nền đàn hồi trong đó có kể đến tính không hoàn hảo về hình dáng ban đầu của tấm, tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ và xét đến trường hợp hệ số Poisson là hàm của tọa độ theo hướng chiều dày. Bằng cách tiếp cận giải tích, phương pháp hàm ứng suất và sử dụng phương pháp Galerkin luận án đã xây dựng được các phương trình chủ đạo đi nghiên cứu ổn định tĩnh và động lực học của tấm FGM chịu tải cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp. Cụ thể, xây dựng được các biểu thức hiển xác định tải tới hạn và đường cong độ võng – tải trọng sau tới hạn (phân tích phi tuyến tĩnh) và biểu thức xác định tần số dao động tự do tuyến tính và quan hệ thời gian – độ võng (phân tích động lực học), trong bài toán phân tích động lực học sử dụng thêm phương pháp Runge-Kutta bậc bốn để giải hệ phương trình vi phân.

3. Bằng cách tiếp cận giải tích và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất của Reddy đã xây dựng được các phương trình cơ bản và phương trình chủ đạo cho bài toán phân tích động lực học của tấm FGM không hoàn hảo, trong đó một mặt được gia cường bằng hệ thống các gân tương ứng theo phương  $x, y$  và một mặt được gắn một lớp áp điện. Đã nhận được biểu thức hiển của tần số dao động tự do tuyến tính, liên hệ hiển tần số - biên độ của dao động tự do và dao động cưỡng bức phi tuyến và đường cong quan hệ thời gian – độ võng.

4. Sử dụng thuật toán lặp để phân tích phi tuyến tĩnh của tấm ES-FGM chịu tải trọng nhiệt khi các tính chất của các vật liệu thành phần FGM và gân đều phụ thuộc vào nhiệt độ.

5. Khảo sát bằng số một cách chi tiết ảnh hưởng của các tham số đầu

vào như: gân gia cường, hệ số tỉ lệ thể tích, độ không hoàn hảo, hệ số nền đàn hồi, tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ và điều kiện biên đến đáp ứng động học của tấm FGM có và không có gân gia cường, tấm ES-FGM áp điện. Từ đó rút ra một số kết luận có ý nghĩa khoa học giúp ích cho người thiết kế lựa chọn phù hợp với thực tế.

Nội dung chủ yếu của luận án được công bố trong 9 công trình (7 công trình trên tạp chí ISI).

## DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong (2014). Nonlinear postbuckling of an eccentrically stiffened thin FGM plate resting on elastic foundation in thermal environments. *J. Thin Walled Structures*, Vol.75, pp.103-112 (Elsevier, SCIE, IF=2.063).
2. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong (2015). Nonlinear dynamic response of imperfect symmetric thin S-FGM plate with metal- ceramic-metal layers on elastic foundation. *Journal of Vibration and Control*, Vol. 21(4), pp.637-646 (SAGE, SCIE, IF=1.643).
3. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong (2015). Nonlinear vibration of thick FGM plates on elastic foundation subjected to thermal and mechanical loads using the first order shear deformation plate theory. *Cogent Engineering*, 2, pp.1-17; <http://dx.doi.org/10.1080/23311916.2015.1045222>
4. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong, Ngo Duc Tuan, Phuong Tran, Vu Minh Anh, Vu Dinh Quang (2015). Nonlinear vibration and dynamic response of imperfect eccentrically stiffened shear deformable sandwich plate with functionally graded material in thermal environment. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 0(00) 1-29. doi:10.1177/1099636215602142 (SAGE, SCIE, IF=2.852).
5. Pham Hong Cong, Pham Thi Ngoc An, Nguyen Dinh Duc (2015). Nonlinear stability of shear deformable eccentrically stiffened functionally graded plates on elastic foundations with temperature-dependent properties. *Sci Eng Compos Mater*; aop. Doi 10.1515/secm-2015-0225 (De Gruyter, SCIE, IF=0.593).
6. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong, Vu Dinh Quang (2016). Nonlinear dynamic and vibration analysis of piezoelectric eccentrically stiffened FGM plates in thermal environment. *International Journal of Mechanical Sciences*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.07.010>, (Elsevier, SCI, IF=2,48).
7. Nguyen Dinh Duc, Pham Hong Cong, Vu Dinh Quang (2016). Thermal stability of eccentrically stiffened FGM plate on elastic foundation based on Reddy's third-order shear deformation plate theory. *J. Thermal Stresses*. 39 (7), 772-794. Doi: 10.1080/01495739.2016.1188638, (Taylor & Francis, SCI, IF=1.169).
8. Pham Hong Cong, Nguyen Dinh Duc (2016). Thermal stability analysis of eccentrically stiffened sigmoid-FGM plate with metal-ceramic-metal layers based on FSDT. *Cogent Engineering*, 3: 1182098 <http://dx.doi.org/10.1080/23311916.2016.1182098>
9. Pham Hong Cong, Vu Minh Anh, Nguyen Dinh Duc (2016). Nonlinear dynamic response of eccentrically stiffened FGM plate using Reddy's TSDT in thermal environment. *J. Thermal Stresses*, <http://dx.doi.org/10.1080/01495739.2016.1261614>, (Taylor & Francis, SCI, IF=1.169).