ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

==========

TRẦN QUỐC QUÂN

PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH TĨNH VÀ ĐÁP ỨNG ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN CỦA VỎ THOẢI HAI ĐỘ CONG FGM TRÊN NỀN ĐÀN HỒI

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 62520101

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2017

Công trình được hoàn thành tại:

Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội

Người hướng dẫn khoa học: **GS. TSKH Nguyễn Đình Đức**

Phản biện:.....

Phản biện:.....

Phản biện:.....

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia chấm luận án tiến sĩ họp tại vào hồi giờ ngày tháng năm

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam
- Trung tâm Thông tin - Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội

MỞ ĐẦU

1. Tính cấp thiết của đề tài

Giống như các kết cấu dạng tấm và vỏ khác, vỏ hai độ cong là kết cấu được sử dụng rộng rãi trong các ngành công nghiệp hàng không (khung, dầm máy bay, vỏ cabin, khoang hành lý, ống tuốc bin,...); công nghiệp tàu thuỷ (thân, vỏ tàu,...); công nghiệp xây dựng (xà, dầm, khung cửa, vòm che, mái che,...). Tuy có nhiều ứng dụng như vậy nhưng đến nay vẫn chưa có nhiều các nghiên cứu về ổn định của vỏ hai độ cong đặc biệt là khi kết cấu này được làm từ vật liệu FGM. Với lý do trên, tác giả đã chọn đề tài luận án là "Phân tích ổn định tĩnh và đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM trên nền đàn hồi".

2. Mục tiêu của luận án

Mục tiêu của luận án là nghiên cứu ổn định tĩnh và đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM trên nền đàn hồi.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Luận án tập trung nghiên cứu đối tượng là vỏ thoải hai độ cong FGM không hoàn hảo có và không có gân gia cường trên nền đàn hồi khi kết cấu này chịu các tải cơ, nhiệt và cơ - nhiệt kết hợp. Phạm vi nghiên cứu là sự ổn định tĩnh và đáp ứng động lực phi tuyến.

4. Phương pháp nghiên cứu

Để đạt được các mục đích đã đặt ra, luận án sử dụng phương pháp giải tích. Đối với kết cấu vỏ mỏng, luận án sử dụng lý thuyết vỏ cổ điển Donnell và phương pháp san đều tác dụng gân của Lekhnitskii để xây dựng các phương trình cơ bản. Đối với kết cấu vỏ dày, lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc ba của Reddy và công thức tác dụng gân do chính nhóm nghiên cứu xây dựng trong đó có kể đến ứng suất nhiệt trong gân được sử dụng. Các kết quả phân tích được so sánh với các kết quả đã biết bằng nhiều cách tiếp cận của các tác giả khác để kiểm tra độ chính xác của luận án.

5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của luận án

Bài toán ổn định tĩnh và động lực phi tuyến là những vấn đề được quan tâm và có ý nghĩa quan trọng, thiết thực trong lĩnh vực cơ học kết cấu. Các kết quả nhận được là dưới dạng giải tích do đó nghiên cứu cung cấp cơ sở khoa học cho các nhà thiết kế, chế tạo kết cấu FGM.

6. Bố cục của luận án

Luận án gồm phần mở đầu, bốn chương, phần kết luận, danh mục các công trình nghiên cứu của tác giả liên quan đến nội dung luận án, tài liệu tham khảo và phụ lục.

CHƯƠNG 1
TỔNG QUAN VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Vật liệu composite FGM

1.1.1. Khái niệm FGM

Vật liệu FGM được phát triển và đặt tên bởi một nhóm các nhà khoa học vật liệu ở Viện Sendai của Nhật Bản vào năm 1984 là vật liệu được tạo thành từ hai loại vật liệu thành phần là gốm và kim loại. Thành phần gốm với mô đun đàn hồi cao và các hệ số dãn nở nhiệt và truyền nhiệt rất thấp làm cho vật liệu FGM có độ cứng

cao và rất trơ với nhiệt. Trong khi đó thành phần kim loại làm cho vật liệu chức năng có tính dẻo dai, khắc phục sự rạn nứt nếu có xảy ra do tính dòn của gốm và trong môi trường nhiệt độ cao. Các tính chất hiệu dụng của vật liệu FGM được biến đổi qua chiều dày thành kết cấu từ một mặt giàu gốm đến mặt giàu kim loại để phù hợp với chức năng của từng thành phần vật liệu.

1.1.2. Ứng dụng của FGM

Do tính chất kháng nhiệt ưu việt, các vật liệu FGM là sự lựa chọn lý tưởng khi kết cấu làm việc trong những môi trường nhiệt độ rất cao hoặc chịu sự truyền nhiệt lớn như các phần tử kết cấu của máy bay, tàu vũ trụ, tên lửa, lò phản ứng hạt nhân, các thiết bị thí nghiệm, luyện kim, ...

1.1.3. Phân loại FGM

Vật liệu P-FGM: Là loại vật liệu trong đó tỷ lệ thể tích của các thành phần gốm và kim loại được giả sử biến đổi theo chiều dày thành kết cấu theo quy luật hàm lũy thừa như sau

$$V_m(z) = \left(\frac{2z+h}{2h}\right)^N,\ V_c(z) = 1 - V_m(z), \tag{1.1}$$

Vật liệu S-FGM: Là loại vật liệu trong đó tỷ lệ thể tích của các thành phần gốm và kim loại được giả sử biến đổi theo chiều dày thành kết cấu theo quy luật hàm Sigmoid như sau

$$V_m(z) = \begin{cases} \left(\dfrac{2z+h}{h}\right)^N, & -h/2 \le z \le 0 \\ \left(\dfrac{-2z+h}{h}\right)^N, & 0 \le z \le h/2 \end{cases},\ V_c(z) = 1 - V_m(z). \tag{1.3}$$

Vật liệu E-FGM: Là loại vật liệu trong đó mô đun đàn hồi của vật liệu được giả sử biến đổi theo chiều dày thành kết cấu theo quy luật hàm số mũ như sau

$$E(z) = Ae^{B(z+h/2)}. \tag{1.5}$$

1.1.4. Chế tạo FGM

Để chế tạo ra vật liệu FGM có nhiều phương pháp khác nhau: Phun phủ nhiệt, luyện kim bột - biến dạng tạo hình, lắng đọng hoá học, lắng đọng vật lý, tổng hợp nhiệt độ cao, công nghệ ly tâm...Trong nội dung luận án không đi sâu vào các vấn đề này.

1.2. Phân loại ổn định và tiêu chuẩn ổn định

1.2.1. Phân loại ổn định

Xuất phát từ hai quan niệm khác nhau về trạng thái tới hạn của Euler và Poincarre, có thể chia bài toán ổn định về dạng cân bằng ở trạng thái biến dạng thành hai loại mất ổn định với các đặc trưng như sau

1.2.1.1. Mất ổn định loại I hay mất ổn định theo kiểu rẽ nhánh

Mất ổn định loại I là trường hợp tải tới hạn đạt được tại điểm rẽ nhánh.

1.2.1.2. Mất ổn định loại II hay mất ổn định theo kiểu cực trị

Mất ổn định loại II là trường hợp tải tới hạn đạt được ở điểm cực trị của đường cong độ võng – tải trọng.

1.2.2. Các tiêu chuẩn ổn định

Để nghiên cứu ổn định tĩnh và động lực của hệ đàn hồi, các tiêu chuẩn có thể sử dụng là: tiêu chuẩn chuyển động, tiêu chuẩn tĩnh, tiêu chuẩn năng lượng, tiêu chuẩn Budiansky – Roth... Luận án sử dụng tiêu chuẩn tĩnh đối với bài toán nghiên cứu ổn định tĩnh và tiêu chuẩn Budiansky – Roth đối với bài toán nghiên cứu ổn định động lực.

1.3. Tình hình nghiên cứu trong và ngoài nước về vật liệu FGM

1.3.1. Các nghiên cứu về kết cấu FGM không có gân gia cường

Đối với các kết cấu FGM chưa có gân gia cường, có thể tổng quan một số nhóm nghiên cứu mạnh ở nước ngoài như sau:

- **Shen và các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào ổn định tĩnh phi tuyến và dao động của các kết cấu tấm, panel trụ, vỏ trụ, vỏ hai độ cong FGM không có gân gia cường có kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc cao của Reddy. Cụ thể, Shen và Wang [75] đã phân tích uốn và sau vồng phi tuyến của panel trụ FGM tựa trên nền đàn hồi chịu tổ hợp tải trọng áp lực ngoài phân bố đều và tải nén trên các cạnh trong môi trường nhiệt độ. Shen [73] đã trình bày phân tích nhiệt sau vồng của tấm FGM với các cạnh tựa bản lề dưới tác dụng của tải nhiệt phân bố parabôn trong mặt phẳng giữa của tấm và sự truyền nhiệt qua chiều dày tấm.
- **Sofiyev và các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào phân tích ổn định phi tuyến của vỏ FGM có hình dạng đặc biệt (vỏ trụ tròn, vỏ nón, vỏ nón cụt) dưới tác dụng của tổng hợp các tải trọng khác nhau khác nhau dựa trên lý thuyết vỏ Donnell. Cụ thể, với kết cấu vỏ trụ FGM, Sofiyev [78] đã trình bày một nghiên cứu giải tích về ứng xử động lực của vỏ trụ FGM dài vô hạn dưới sự tác dụng tổng hợp của sức căng dọc trục, tải nén trong và áp suất nén hình vòng với vận tốc không đổi. Sofiyev và Kuruoglu [83] đã nghiên cứu vồng và dao động của vỏ trụ FGM dưới tác dụng của áp lực ngoài sử dụng lý thuyết vỏ Donnell và phương pháp Galerkin.
- **Huang, Han và các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào ổn định tĩnh và động đàn hồi và đàn dẻo của vỏ trụ FGM dưới các tải trọng khác nhau dựa trên lý thuyết độ võng lớn phi tuyến. Cụ thể, Huang và Han [48] đã trình bày các phân tích vồng và sau vồng vỏ trụ FGM chịu tải nén dọc trục bằng cách sử dụng phương pháp năng lượng Ritz và mối quan hệ biến dạng – chuyển vị của biến dạng lớn.
- **Alijani, Amabili cùng các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào ổn định động và dao động của tấm và vỏ hai độ cong FGM. Cụ thể, Alijani và Amabili [10, 11] đã nghiên cứu dao động cưỡng bức và mất ổn định động của tấm chữ nhật FGM có kể đến ảnh hưởng của biến dạng độ dày.

Ở Việt Nam, từ năm 2008 trở lại đây, nhiều nghiên cứu về phân tích ổn định tĩnh và động của các kết cấu FGM không có gân gia cường cũng đã được thực hiện. Có thể kể ra một số nhóm ở Việt Nam nghiên cứu nhiều về FGM như:

- **GS. TSKH Nguyễn Đình Đức và các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào phân tích ổn định tĩnh và động phi tuyến của các kết cấu P-FGM, S-FGM, E-FGM có hình dáng đặc biệt chịu tải trọng cơ nhiệt kết hợp hoặc kết cấu tấm và vỏ

FGM với tính chất phụ thuộc nhiệt độ trên nền đàn hồi bằng cả lý thuyết cổ điển và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất hoặc bậc cao. Một số kết quả nổi bật có thể kể đến của nhóm là: Dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển có xét đến tính phi tuyến hình học von Karman, sự không hoàn hảo về hình dáng ban đầu và mô hình nền đàn hồi Pasternak, tác giả Đức và các cộng sự [25] đã nghiên cứu đáp ứng phi tuyến của vỏ cầu thoải FGM dưới tải cơ, nhiệt với các điều kiện biên khác nhau.

- **GS. TSKH Đào Huy Bích, GS. TSKH Đào Văn Dũng và các cộng sự**: Nhóm nghiên cứu này tập trung vào ổn định tĩnh và động của các kết cấu FGM theo lý thuyết Donnell cũng như dạng nghiệm mới (ba số hạng). Cụ thể, tác giả Bích và các cộng sự [14] đã nghiên cứu đáp ứng tĩnh và động của vỏ cầu thoải FGM chịu áp lực ngoài có kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Tác giả Bích cùng các cộng sự [19] đã trình bày cách tiếp cận giải tích cho bài toán phân tích vồng phi tuyến và ứng xử sau vồng của mảnh vỏ trống bao trong bởi nền đàn hồi dưới tác dụng của áp lực ngoài có kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ trong đó các tác giả đã sử dụng dạng nghiệm ba số hạng của hàm độ võng.
- **PGS. TS. Nguyễn Xuân Hùng và các cộng sự:** Nhóm nghiên cứu này tập trung vào phương pháp phần tử hữu hạn để nghiên cứu các ứng xử phi tuyến của kết cấu tấm FGM. Cụ thể, tác giả Hùng và các cộng sự đã nghiên cứu: lý thuyết biến dạng cắt tổng quát cho tấm FGM đẳng hướng và sandwich dựa trên cách tiếp cận đẳng hình học [87], phương pháp phần tử hữu hạn đẳng hình học để phân tích tĩnh và động ba chiều của tấm FGM [61], phân tích ổn định của tấm FGM bằng phương pháp phần tử hữu hạn trơn [63].
- **PGS. TS. Nguyễn Thời Trung và các cộng sự**: Nhóm nghiên cứu này cũng tập trung vào phương pháp phần tử hữu hạn trơn để nghiên cứu ổn định phi tuyến chủ yếu cho tấm FGM. Một số kết quả chính là: Phân tích hình học phi tuyến của tấm FGM sử dụng a cell-based smoothed three-node plate element dựa trên the C^0-HSDT [64], sử dụng phương pháp cell-based smoothed discrete shear gap dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc cao để phân tích tĩnh và dao động tự do của tấm FGM [65].

1.3.2. Các nghiên cứu về kết cấu FGM có gân gia cường

Trong thực tế, các kết cấu thường được gia cường thêm bởi các gân. Các gân gia cường có tác dụng làm tăng khả năng chịu tải của kết cấu trong khi khối lượng kết cấu tăng lên không đáng kể.

Satouri và các cộng sự [69] đã trình bày phân tích vồng của vỏ trụ FGM hai chiều được gia cường bởi các gân dọc chịu sự kết hợp của tải phân bố đều dọc và ngang theo lý thuyết biến dạng trượt bậc cao. Sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, Golmakani [43] đã nghiên cứu ứng xử độ võng lớn của tấm tròn FGM được gia cường bởi các gân vòng dưới sự tác dụng của tải cơ và nhiệt.

Ở Việt Nam, các nghiên cứu về FGM có gân gia cường đã bắt đầu xuất hiện nhiều trong những năm gần đây.

Dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển với tính phi tuyến hình học von Karman và kỹ thuật san đều tác dụng gân Lekhnitskii, tác giả Bích và các cộng sự [15] đã phân tích ổn định động của panel trụ được gia cường bởi các gân thuần nhất chịu tải nén

dọc trục trong đó giá trị của tải trọng động tới hạn được xác định dựa trên tiêu chuẩn Budiansky – Roth. Phân tích vồng tĩnh và động phi tuyến của vỏ trụ FGM có gân gia cường chịu tải nén dọc trục được tác giả Bích và các cộng sự nghiên cứu trong kết quả [17].

Nhóm tác giả Đức và các cộng sự cũng công bố rất nhiều kết quả về nghiên cứu ứng xử của các kết cấu FGM có gân gia cường trong đó có kể đến sự biến dạng theo nhiệt độ của các tham số hình học của gân. Cụ thể, tác giả Đức và các cộng sự [31, 34] đã nghiên cứu ổn định tĩnh, đáp ứng động phi tuyến và dao động của vỏ trụ ellip S-FGM với ba lớp kim loại – gốm – kim loại bao quanh bởi nền đàn hồi trong môi trường nhiệt độ.

1.3.3. Các nghiên cứu về kết cấu FGM áp điện

Vật liệu áp điện là vật liệu có khả năng biến đổi trực tiếp từ năng lượng điện sang năng lượng cơ học và ngược lại. Các nghiên cứu nổi bật về vật liệu FGM áp điện bao gồm:

Dựa trên lý thuyết ba chiều của vật liệu đàn hồi, Alibeigloo và Simintan [9] đã phân tích tĩnh đối xứng trục của tấm hình tròn và hình khuyên FGM được đặt giữa các lớp áp điện sử dụng phương pháp vi phân cầu phương. Ebrahimi và các cộng sự [40] đã nghiên cứu dao động tự do của tấm hình khuyên FGM có độ dày vừa phải kết hợp với các lớp áp điện theo lý thuyết tấm Mindlin.

Ở Việt Nam, các nghiên cứu về ổn định của các kết cấu composite phân lớp được tích hợp các lớp áp điện đã được tác giả Thịnh và các cộng sự [6, 88] giới thiệu từ năm 2006. Trong những năm gần đây bắt đầu xuất hiện các nghiên cứu đầu tiên về ứng xử cơ học của các kết cấu FGM được tích hợp thêm các lớp áp điện. Tác giả Đức và các cộng sự [29, 24] đã nghiên cứu dao động và đáp ứng động học của các kết cấu tấm và vỏ trụ tròn FGM được tích hợp các lớp áp điện ở hai mặt trên và dưới tựa trên nền đàn hồi chịu sự tác dụng của sự kết hợp các tải trọng cơ, nhiệt và điện trong môi trường nhiệt độ sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao của Reddy.

1.3.4. Các nghiên cứu về vỏ hai độ cong FGM

Dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất cùng với quan hệ biến dạng – chuyển vị Donnell và Sanders, Fadaee và các cộng sự [41] đã sử dụng một bộ các hàm khả năng và các biến phụ trợ để trình bày nghiệm chính xác dạng Levy cho bài toán dao động tự do của vỏ hai độ cong FGM. Tác giả Dũng và các cộng sự [37] trình bày phân tích sau vồng cho vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường trên nền đàn hồi dưới tác dụng của tải cơ học, tải nhiệt và tải cơ - nhiệt kết hợp bằng phương pháp giải tích dựa trên lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc ba có kể đến sự phi tuyến hình học của von Karman và tính không hoàn hảo hình dáng ban đầu. Najafi và các cộng sự [60] đã trình bày nghiên cứu phi tuyến cho ứng xử va chạm với tốc độ thấp của vỏ hai độ cong FGM trên nền đàn hồi Winkler-Pasternak.

1.4. Mục tiêu nghiên cứu của luận án

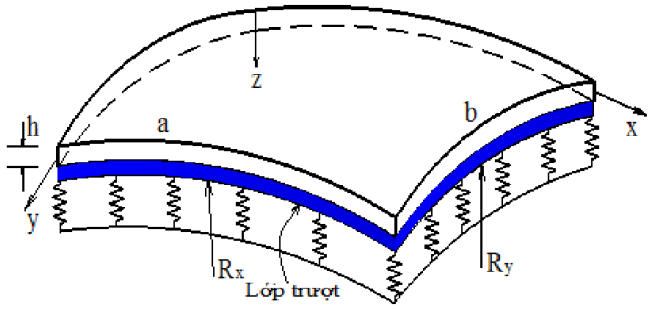
Luận án này đặt ra mục tiêu giải quyết bài toán ổn định tĩnh và động lực phi tuyến, bao gồm xác định giá trị các tải tới hạn, giá trị tần số dao động tự do, mối liên hệ biên độ – tần số của dao động tự do (cưỡng bức) tuyến tính và phi tuyến, các

đường cong tải trọng – biên độ độ võng cũng như biên độ độ võng – thời gian của kết cấu vỏ thoải hai độ cong FGM khi kết cấu này chịu một số điều kiện tác dụng của các tải cơ và nhiệt.

CHƯƠNG 2
PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH TĨNH VÀ ĐÁP ỨNG ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN CỦA VỎ THOẢI HAI ĐỘ CONG FGM KHÔNG HOÀN HẢO KHÔNG GÂN GIA CƯỜNG SỬ DỤNG LÝ THUYẾT VỎ CỔ ĐIỂN

2.1. Đặt vấn đề

Xét vỏ thoải mỏng hai độ cong được làm từ vật liệu FGM đặt trên nền đàn hồi như hình 2.1. Chiều dài các cạnh và các bán kính cong theo hai phương x và y lần lượt là a, b, R_x và R_y. Vỏ có độ dày h rất nhỏ so với hai cạnh a và b. Vỏ được đặt trong hệ toạ độ Đề Các xyz có gốc ở góc của vỏ, mặt phẳng xy trùng với mặt giữa của vỏ và z là toạ độ chiều dày vỏ $(-h/2 \le z \le h/2)$.



Hình 2.1. Mô hình và hệ toạ độ của một vỏ hai độ cong FGM trên nền đàn hồi.

2.2. Các phương trình cơ bản

Hệ phương trình chuyển động của vỏ hoàn hảo theo lý thuyết vỏ cổ điển sử dụng giả thiết Volmir được dẫn như sau

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=0,\\
&\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial N_y}{\partial y}=0,\\
&\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}+\frac{N_x}{R_x}+\frac{N_y}{R_y}+N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\
&+2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+q-k_1 w+k_2\nabla^2 w=\rho_1\frac{\partial^2 w}{\partial^2 t}.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Phương trình tương thích biến dạng của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo được viết như sau

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_y^0}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 \gamma_{xy}^0}{\partial x\partial y}=\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{1}{R_x}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\frac{1}{R_y}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{2.20}$$

2.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Xét hai điều kiện biên như sau:

Trường hợp 1. Tất cả bốn cạnh của vỏ tựa bản lề và có thể tự do dịch chuyển trong mặt phẳng vỏ. Đây là trường hợp các cạnh tựa tự do và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} &w = N_{xy} = M_x = 0,\ N_x = N_{x0} \text{ tại } x = 0, a, \\ &w = N_{xy} = M_y = 0,\ N_y = N_{y0} \text{ tại } y = 0, b. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Trường hợp 2. Tất cả bốn cạnh của vỏ tựa bản lề và không thể dịch chuyển trong mặt phẳng vỏ. Đây là trường hợp các cạnh tựa cố định và các điều kiện biên tương ứng là

$$\begin{aligned} &w = u = M_x = 0,\ N_x = N_{x0} \text{ tại } x = 0, a, \\ &w = v = M_y = 0,\ N_y = N_{y0} \text{ tại } y = 0, b. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Dựa vào các điều kiện biên (2.24), (2.25), dạng nghiệm của w và f được chọn xấp xỉ như sau

$$\begin{aligned} &w = W \sin \lambda_m x \sin \delta_n y, \\ &f = A_1 \cos 2\lambda_m x + A_2 \cos 2\delta_n y + A_3 \sin \lambda_m x \sin \delta_n y + \frac{1}{2} N_{x0} y^2 + \frac{1}{2} N_{y0} x^2. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Đối với hàm không hoàn hảo về hình dáng ban đầu, luận án giả sử w^* có dạng tương tự độ võng w như sau

$$w^* = \mu h \sin \lambda_m x \sin \delta_n y. \tag{2.27}$$

Áp dụng phương pháp Bubnov – Galerkin ta nhận được phương trình cơ bản dùng để nghiên cứu ổn định tĩnh và đáp ứng động lực học của vỏ hai độ cong FGM không hoàn hảo không gân gia cường trên nền đàn hồi.

2.3.1. Phân tích ổn định tĩnh phi tuyến

2.3.1.1. Ổn định tĩnh của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của áp lực ngoài

Xét vỏ thoải mỏng hai độ cong FGM tựa tự do trên bốn cạnh chỉ chịu tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên mặt ngoài vỏ với cường độ q (Pascal) mà không có các lực nén trên các cạnh và nhiệt độ. Trong trường hợp này $N_{x0} = N_{y0} = 0$. Khi đó, chúng ta thu được

$$q = b_1^1 \overline{W} + b_2^1 \overline{W}\left(\overline{W} + \mu\right) + b_3^1 \overline{W}\left(\overline{W} + 2\mu\right) + b_4^1 \overline{W}\left(\overline{W} + \mu\right)\left(\overline{W} + 2\mu\right). \tag{2.32}$$

Các giá trị tải cực trị trên đường cong của vỏ hai độ cong hoàn hảo được xác định bởi điều kiện

$$\frac{dq}{d\overline{W}} = b_1^1 + 2(b_2^1 + b_3^1)\overline{W} + 3b_4^1 \overline{W}^2 = 0. \tag{2.36}$$

2.3.1.2. Ổn định tĩnh của panel trụ FGM dưới tác dụng của tải nén dọc trục

Xét panel trụ FGM ($R_x \to \infty$) tựa tự do trên bốn cạnh và chịu nén dọc trục x bởi các tải F_x (Pascal) phân bố đều trên các cạnh $x = 0, a$. Trong trường hợp này ta có $q = 0,\ N_{y0} = 0,\ N_{x0} = -F_x h$. Ta thu được hệ thức biểu diễn mối quan hệ tải nén – biên độ độ võng như sau

$$F_x = b_1^2 \frac{\overline{W}}{\overline{W} + \mu} + b_2^2 \overline{W} + b_3^2 \frac{\overline{W}\left(\overline{W} + 2\mu\right)}{\overline{W} + \mu} + b_4^2 \overline{W}\left(\overline{W} + 2\mu\right), \tag{2.41}$$

Tải nén cận trên làm cho panel trụ FGM hoàn hảo

$$F_{xupper} = b_1^2. \tag{2.44}$$

2.3.1.3. Ổn định tĩnh của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của tải cơ và nhiệt kết hợp

Xét vỏ thoải hai độ cong FGM với tất cả các cạnh tựa cố định chịu tác dụng đồng thời của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và tải nhiệt.

Phương trình thể hiện mối quan hệ giữa tải trọng và biên độ độ võng của vỏ thoải hai độ cong FGM trên nền đàn hồi khi vỏ chịu sự tác dụng kết hợp của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và trường nhiệt độ tăng đều là

$$\begin{aligned} q = {} & b_1^3\overline{W} + b_2^3\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right) + b_3^3\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right) + b_4^3\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)\left(\overline{W}+2\mu\right) \\ & + b_5^3\Delta T\left(\overline{W}+\mu\right) + b_6^3\Delta T, \end{aligned} \tag{2.52}$$

Giá trị áp lực tới hạn tại điểm rẽ nhánh q_b được xác định như sau

$$q_b = b_5^3\Delta T\mu + b_6^3\Delta T. \tag{2.54}$$

2.3.2. Phân tích động lực phi tuyến

Xét vỏ thoải hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ biến đổi theo quy luật điều hòa, $q = Qsin(\Omega t)$ trong đó Q là biên độ lực cưỡng bức và Ω là tần số lực cưỡng bức, ta thu được phương trình vi phân phi tuyến cấp hai được dùng để xác định đáp ứng phi tuyến thời gian – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM trên nền đàn hồi

$$\begin{aligned} & \frac{d^2W}{dt^2} + m_1W + m_2W\left(W+\mu h\right) + m_3W\left(W+2\mu h\right) \\ & + m_4W\left(W+\mu h\right)\left(W+2\mu h\right) + m_5Qsin(\Omega t) + m_6 = 0. \end{aligned} \tag{2.56}$$

Tần số dao động tự do tuyến tính của vỏ hai độ cong FGM được xác định bởi phương trình sau

$$\omega_L = \sqrt{m_1}. \tag{2.59}$$

Mối quan hệ tần số - biên độ của dao động tự do phi tuyến là

$$\omega_{NL} = \omega_L\left(1 + \frac{8(m_2+m_3)}{3\pi\omega_L^2}\eta + \frac{3m_4}{4\omega_L^2}\eta^2\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.61}$$

2.4. Kết quả số và thảo luận

2.4.1. Nghiên cứu so sánh

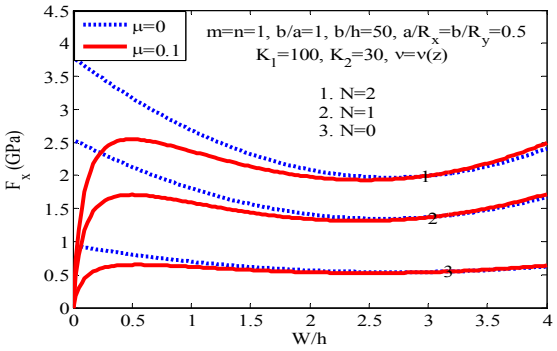
Bảng 2.2 thể hiện sự so sánh giá trị của tần số dao động tự do tuyến tính không thứ nguyên $\omega_L\left(a^2/h\right)\left[\rho_c\left(1-\nu^2\right)E_c\right]^{1/2}$ của tấm FGM *Si_3N_4/SUS304* trong môi trường nhiệt độ trong hai trường hợp tính chất vật liệu độc lập nhiệt độ và tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ với kết quả số của tác giả Huang và Shen [51] sử dụng lý thuyết tấm biến dạng trượt bậc cao. Kết quả so sánh cho thấy sự phù hợp tốt của kết quả luận án với kết quả của hai tác giả Huang và Shen đã được công bố.

Bảng 2.2. So sánh tần số dao động tự do tuyến tính không thứ nguyên của tấm FGM $Si_3N_4/SUS304$ trong môi trường nhiệt độ.

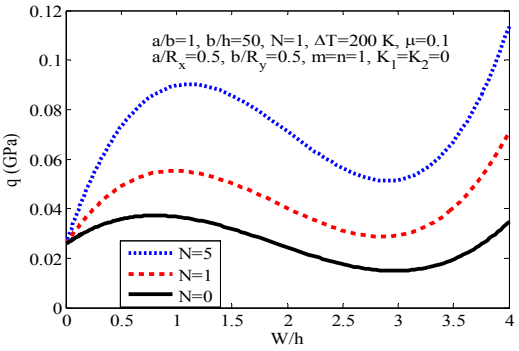
ΔT	(m,n)	T-ID		T-D	
		Huang và Shen [51]	Luận án	Huang và Shen [51]	Luận án
$300K$	(1,1)	7.514	7.468	7.474	7.389
	(1,2) và (2,1)	17.694	18.2712	17.607	17.734
	(2,2)	26.717	27.852	26.590	26.872
	(1,3) và (3,1)	32.242	33.771	32.009	32.696
	(2,3) và (3,2)	39.908	40.646	39.721	40.031
$500K$	(1,1)	7.305	7.168	7.171	6.757
	(1,2) và (2,1)	17.486	17.971	17.213	17.567
	(2,2)	26.506	27.599	26.109	27.473
	(1,3) và (3,1)	31.970	32.771	31.557	32.026
	(2,3) và (3,2)	39.692	40.241	39.114	39.983

2.4.2. Đường cong tải trọng – biên độ độ võng

Hình 2.3 và 2.4 lần lượt mô tả ảnh hưởng của hệ số tỷ lệ thể tích N lên đường cong tải trọng – biên độ độ võng của panel trụ FGM dưới tác dụng của tải nén đều dọc trục trong trường hợp các cạnh tựa tự do và của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ trong trường hợp các cạnh tựa cố định. Rõ ràng rằng khả năng chịu tải của vỏ hai độ cong và panel sẽ tốt hơn khi tăng giá trị của N.



Hình 2.3. Ảnh hưởng của hệ số tỷ lệ thể tích N lên đường cong tải trọng – biên độ độ võng của panel trụ FGM chịu lực nén đều.

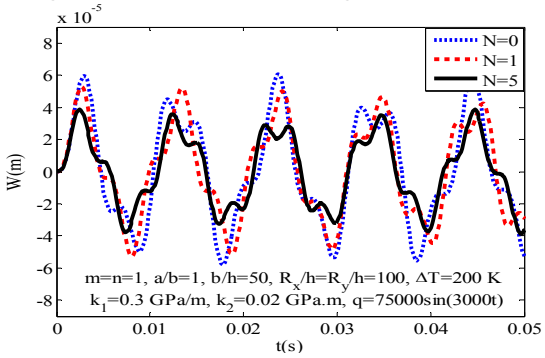


Hình 2.4. Ảnh hưởng của hệ số tỷ lệ thể tích N lên đường cong tải trọng – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều.

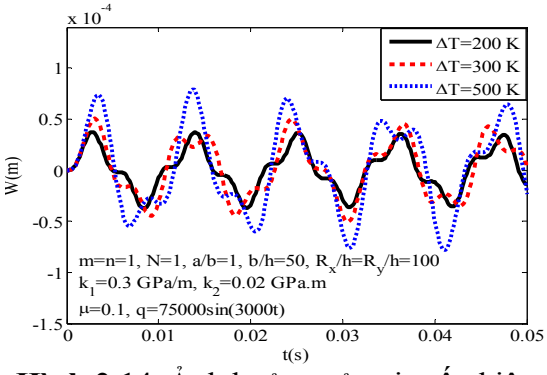
2.4.3. Đường cong biên độ độ võng – thời gian

Hình 2.13 biểu diễn ảnh hưởng của hệ số tỷ lệ thể tích N lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều trong trường hợp các cạnh tựa cố định. Từ kết quả hình vẽ ta thấy rằng tăng hệ số tỷ lệ thể tích N sẽ làm giảm biên độ độ võng của vỏ hai độ cong.

Hình 2.14 mô tả ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều. Đúng như dự đoán, giá trị của biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM sẽ tăng khi giá trị của gia số nhiệt độ ΔT tăng.



Hình 2.13. Ảnh hưởng của hệ số tỷ lệ thể tích N lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều.

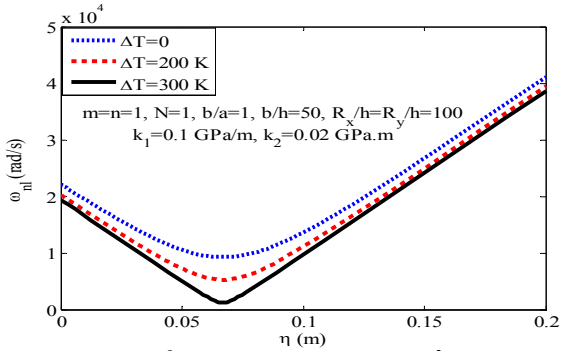


Hình 2.14. Ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều.

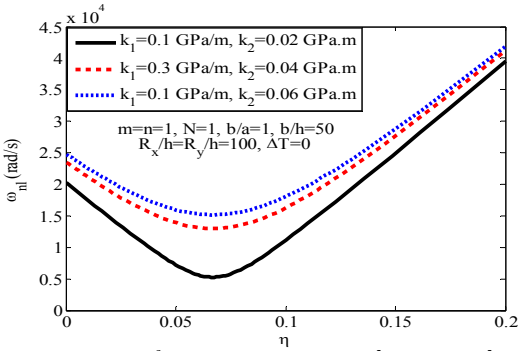
2.4.3. Đường cong tần số - biên độ

Hình 2.21 mô tả ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên đường cong tần số – biên độ của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo. Có thể nhận thấy trên hình rằng, khi biên độ dao động tăng lên thì tần số của dao động tự do phi tuyến giảm xuống đến một giá trị cực tiểu rồi sau đó tăng lên khi biên độ tiếp tục tăng. Ngoài ra, với cùng một biên độ dao động, khi giá trị của gia số nhiệt độ tăng thì giá trị của tần số dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM giảm xuống.

Ảnh hưởng của nền đàn hồi lên đường cong tần số – biên độ của dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM được khảo sát ở hình 2.22. Rõ ràng là với cùng một biên độ dao động, tần số dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong tựa trên nền đàn hồi với các mô đun nền đàn hồi k_1 và k_2 cao hơn sẽ lớn hơn tần số dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong tựa trên nền đàn hồi với các mô đun nền đàn hồi k_1 và k_2 thấp hơn.



Hình 2.21. Ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên đường cong tần số - biên độ của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo.



Hình 2.22. Ảnh hưởng của nền đàn hồi lên đường cong tần số - biên độ của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo.

2.5. Kết luận chương 2

Trong chương 2, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau:

1. Thiết lập các phương trình cơ bản dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển có kể đến tính phi tuyến hình học von Karman cho bài toán ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ thoải mỏng hai độ cong FGM không gân gia cường tựa trên nền đàn hồi tựa bản lề trên bốn cạnh và chịu các tải nén đều, áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và sự kết hợp của áp lực ngoài và tải nhiệt, trong đó sự không hoàn hảo trong hình dáng vỏ và sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất vật liệu thành phần đã được xét đến.

2. Xây dựng được các phương trình xác định tần số dao động tự do tuyến tính và các lực tới hạn tĩnh. Khảo sát ảnh hưởng các tham số vật liệu, tham số hình học, tính không hoàn hảo hình dáng ban đầu, nền đàn hồi, gia số nhiệt độ lên các mối quan hệ tải trọng – biên độ độ võng, biên độ độ võng – thời gian và tần số – biên độ của dao động tự do tuyến tính của vỏ hai độ cong FGM.

Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát như sau:

1. Sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất vật liệu và gia số nhiệt độ có ảnh hưởng rất rõ rệt lên ứng xử của vỏ hai độ cong FGM. Giá trị các tải tới hạn và khả năng mang tải của vỏ đều giảm rõ rệt khi các tính chất vật liệu bị ảnh hưởng tiêu cực bởi nhiệt độ và khi gia số nhiệt độ tăng lên. Vì thế, trong tính toán các kết cấu FGM làm việc trong các môi trường nhiệt độ khắc nghiệt cần phải xét đến ảnh hưởng nhiệt độ của các tính chất vật liệu để đảm bảo tính chính xác.

2. Nền đàn hồi có ảnh hưởng tích cực lên ổn định tĩnh và đáp ứng động lực của vỏ hai độ vong FGM. Cụ thể, các mô đun độ cứng k_1 và k_2 của nền đàn hồi làm tăng khả năng mang tải và giảm biên độ dao động của kết cấu. Khi so sánh ảnh hưởng của hai hệ số nền thì có thể thấy nền phi tuyến Pasternalk với hệ số k_2 có ảnh hưởng lớn hơn nền tuyến tính Winkler với hệ số k_1.

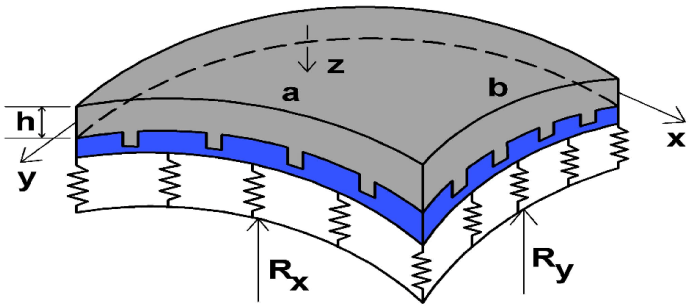
3. Sự ổn định của vỏ hai độ cong rất nhạy với tính không hoàn hảo trong hình dáng ban đầu. Đối với đáp ứng động, biên độ dao động của vỏ không hoàn hảo sẽ lớn hơn biên độ dao động của vỏ hoàn hảo. Nhưng đối với đáp ứng tĩnh, tính không hoàn hảo hình dáng lại có thể có một ảnh hưởng tích cực lên khả năng mang tải của vỏ khi độ võng lớn. Dường như tồn tại một "điểm nút" mà qua đó các đường cong biên độ độ võng – tải trọng trở nên cao hơn khi tăng tính không hoàn hảo hình dáng.

CHƯƠNG 3
PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH TĨNH VÀ ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN CỦA VỎ THOẢI HAI ĐỘ CONG FGM KHÔNG HOÀN HẢO CÓ GÂN GIA CƯỜNG SỬ DỤNG LÝ THUYẾT VỎ CỔ ĐIỂN

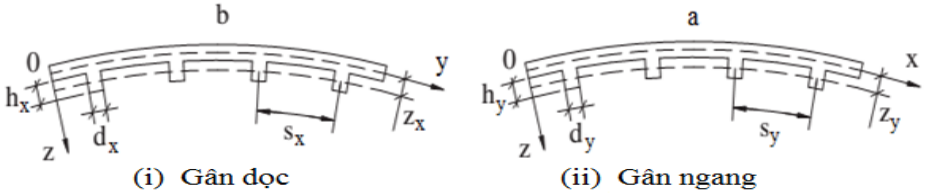
3.1. Đặt vấn đề

Xét vỏ thoải mỏng hai độ cong được làm từ vật liệu FGM đặt trên nền đàn hồi như hình 3.1. Chiều dài các cạnh và các bán kính cong theo hai phương x và y lần lượt là a, b, R_x và R_y. Vỏ có độ dày h rất nhỏ so với hai cạnh a và b. Vỏ

được đặt trong hệ toạ độ Đề Các xyz có gốc ở góc của vỏ, mặt phẳng xy trùng với mặt giữa của vỏ và z là toạ độ chiều dày vỏ $(-h/2 \le z \le h/2)$. Vỏ được giả sử đặt trên nền đàn hồi theo mô hình Pasternalk với mô đun nền Winkler k_1 và độ cứng lớp trượt k_2.



Hình 3.1. Mô hình và hệ trục tọa độ vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường tựa trên nền đàn hồi.



Hình 3.2. Mô hình gân dọc và gân ngang của vỏ hai độ cong FGM.

3.2. Các phương trình cơ bản

Định luật Hooke biểu diễn mối quan hệ giữa các thành phần ứng suất và biến dạng được áp dụng cho vỏ hai độ cong FGM khi kể đến ảnh hưởng của nhiệt độ được xác định như sau có dạng

$$\left(\sigma_x^{sh}, \sigma_y^{sh}\right) = \frac{E(z,T)}{1-\nu^2(z,T)}[(\varepsilon_x, \varepsilon_y) + \nu\left(\varepsilon_y, \varepsilon_x\right) - (1+\nu)\alpha(z,T)\Delta T(z)(1,1)],$$

$$\sigma_{xy}^{sh} = \frac{E(z,T)}{2(1+\nu(z,T))}\gamma_{xy}. \tag{3.1}$$

và đối với gân gia cường

$$(\sigma_x^{st}, \sigma_y^{st}) = E_0(T)(\varepsilon_x, \varepsilon_y) - E_0(T)\alpha_0(T)\Delta T(1,1). \tag{3.2}$$

Hệ phương trình chuyển động của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo có gân gia cường theo lý thuyết vỏ cổ điển sử dụng giả thiết Volmir được dẫn như sau

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0.$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{N_x}{R_x} + \frac{N_y}{R_y} + N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{3.6}$$

$$+2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + q - k_1 w + k_2\nabla^2 w = \rho_1\frac{\partial^2 w}{\partial^2 t}.$$

3.3. Phân tích ổn định tĩnh và dao động phi tuyến

Xét vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường với các cạnh tựa bản lề và có thể hoặc không thể dịch chuyển trong mặt phẳng vỏ. Điều kiện biên cụ thể được cho như ở các phương trình (2.24) và (2.25).

Dựa vào các điều kiện biên (2.24) và (2.25), dạng nghiệm của w, w^* và f, được chọn xấp xỉ như sau phương trình (2.26) và (2.27).

Áp dụng phương pháp Bubnov – Galerkin cho phương trình kết quả ta nhận được phương trình vi phân phi tuyến cấp hai dùng để nghiên cứu ổn định tĩnh và đáp ứng động phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM không hoàn hảo có gân gia cường trên nền đàn hồi.

3.3.1. Phân tích ổn định tĩnh phi tuyến

Cho thành phần quán tính bằng không, chúng ta thu được phương trình nghiên cứu ổn định tĩnh phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường trên nền đàn hồi.

3.3.1.1. Ổn định tĩnh của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của áp lực ngoài

Xét vỏ thoải mỏng hai độ cong FGM có gân gia cường tựa tự do trên bốn cạnh chỉ chịu tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên mặt ngoài vỏ với cường độ q (Pascal) mà không có các lực nén trên các cạnh và nhiệt độ. Khi đó, chúng ta thu được

$$q = b_1^1\overline{W} + b_2^1\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right) + b_3^1\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right) + b_4^1\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)\left(\overline{W}+2\mu\right). \tag{3.17}$$

Đối với vỏ hai độ cong hoàn hảo, các giá trị tải cực trị trên đường cong $q(\overline{W})$ được xác định bởi điều kiện

$$\frac{dq}{d\overline{W}} = b_1^1 + 2(b_2^1 + b_3^1)\overline{W} + 3b_4^1\overline{W}^2. \tag{3.21}$$

3.3.1.2. Ổn định tĩnh của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của tải nhiệt

Xét vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường với tất cả các cạnh tựa cố định chỉ chịu tác dụng của nhiệt độ tăng đều. Phương trình biểu diễn mối quan hệ tải nhiệt – biên độ độ võng của vỏ thoải hai độ cong không hoàn hảo có gân gia cường

$$\Delta T = b_1^2\frac{\overline{W}}{\overline{W}+\mu} + b_2^2\overline{W} + b_3^2\frac{\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right)}{\overline{W}+\mu} + b_4^2\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right). \tag{3.30}$$

Chúng ta phải sử dụng thuật toán lặp để xác định các tải tới hạn và các đường cong tải trọng – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong trong giai đoạn sau vồng và của vỏ hai độ cong không hoàn hảo.

3.3.1.3. Ổn định tĩnh của vỏ hai độ cong FGM dưới tác dụng của tải cơ và nhiệt kết hợp

Phương trình thể hiện mối quan hệ giữa tải trọng và biên độ độ võng của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường trên nền đàn hồi khi vỏ chịu sự tác dụng kết hợp của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và trường nhiệt độ tăng đều là

$$\begin{aligned} q &= b_1^3\overline{W} + b_2^3\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right) + b_3^3\overline{W}\left(\overline{W}+2\mu\right) \\ &+ b_4^3\overline{W}\left(\overline{W}+\mu\right)\left(\overline{W}+2\mu\right) + b_5^3\Delta T\left(\overline{W}+\mu\right) + b_6^3\Delta T. \end{aligned} \tag{3.32}$$

Giá trị áp lực tới hạn tại điểm rẽ nhánh q_b là

$$q_b = b_5^3 \Delta T \mu + b_6^3 \Delta T. \tag{3.34}$$

3.3.2. Phân tích động lực phi tuyến

Xét vỏ thoải mỏng hai độ cong FGM có gân gia cường với các cạnh tựa cố định chịu áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ biến đổi theo quy luật điều hòa, $q = Qsin(\Omega t)$ trong đó Q là biên độ lực cưỡng bức và Ω là tần số lực cưỡng bức.

Phương trình vi phân phi tuyến cấp hai được dùng để xác định đáp ứng phi tuyến thời gian – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM trên nền đàn hồi

$$\begin{aligned} &\frac{d^2W}{dt^2} + m_1 W + m_2 W\left(W + \mu h\right) + m_3 W\left(W + 2\mu h\right) \\ &+ m_4 W\left(W + \mu h\right)\left(W + 2\mu h\right) = m_5 Qsin(\Omega t) + m_6. \end{aligned} \tag{3.36}$$

Tần số dao động tự do tuyến tính của vỏ hai độ cong FGM được xác định bởi phương trình sau

$$\omega_L = \sqrt{m_1}. \tag{3.38}$$

Mối quan hệ tần số - biên độ của dao động cưỡng bức phi tuyến là

$$\alpha^2 = 1 + \frac{8M}{3\pi}\eta + \frac{3N}{4}\eta^2 - \frac{F}{\eta\omega_L^2} - \frac{4H}{\eta\pi\omega_L^2}. \tag{3.43}$$

3.4. Kết quả số và thảo luận

3.4.1. Nghiên cứu so sánh

Bảng 3.1 trình bày so sánh giá trị của tần số dao động tự do tuyến tính không thứ nguyên $\Psi = \omega_L h\sqrt{\rho_c / E_c}$ của các kết cấu Al/Al_2O_3 FGM không gân gia cường trong trường hợp tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ và các kết cấu không tựa trên nền đàn hồi giữa kết quả của luận án với kết quả của Matsunaga [58] sử dụng lý thuyết 2D và của Alijani và Amabili [11] sử dụng lý thuyết vỏ mỏng Donnell. Sự sai khác nhỏ trong kết quả so sánh chỉ ra sự đáng tin cậy của kết quả luận án.

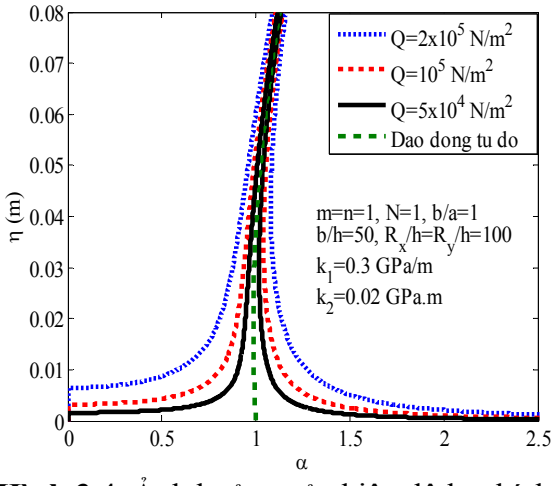
3.4.2. Đường cong biên độ - tần số

Đường cong biên độ – tần số của dao động tự do và dao động cưỡng bức phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo được thể hiện ở hình 3.4. Rõ ràng rằng quan hệ biên độ – tần số của dao động cưỡng bức phi tuyến là hai đường độc lập nằm về hai phía của đường cong biên độ – tần số của dao động tự do phi tuyến. Khi biên độ dao động tăng lên hai đường cong này tiến sát đường cong biên độ – tần số của dao động tự do phi tuyến và chúng gặp nhau khi biên độ dao động phi tuyến tiến ra vô cùng. Ngoài ra, khi giá trị biên độ của lực cưỡng bức càng giảm thì đường cong biên độ – tần số của dao động cưỡng bức phi tuyến càng tiến sát đường cong của dao động tự do phi tuyến.

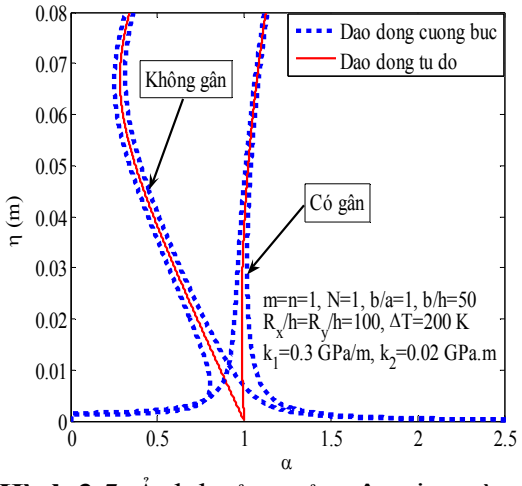
Ảnh hưởng của gân gia cường lên đường cong tần số biên độ của dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM được khảo sát ở hình 3.5. Khi biên độ dao động bắt đầu tăng lên thì tần số của vỏ hai độ cong FGM không gân giảm rất mạnh rồi lại tăng lên khi biên độ dao động tiếp tục tăng trong khi tần số của vỏ hai độ cong FGM có gân tăng lên không đáng kể cho tới điểm cực trị. Như vậy gân gia cường có khả năng ổn định tần số của dao động tự do và cưỡng bức phi tuyến.

Bảng 3.1. So sánh giá trị tần số dao động tự do tuyến tính không thứ nguyên $\Psi = \omega_L h\sqrt{\rho_c / E_c}$ của các kết cấu Al/Al_2O_3 FGM ($k_1 = k_2 = 0$, $a/b = 1$, $h/b = 0.1$).

Kết cấu	a/R_x	b/R_y	N	$\Psi = \omega_L h\sqrt{\rho_c / E_c}$		
				Matsunaga [58]	Alijani và Amabili [11]	Luận án
Tấm	0	0	0	0.0588	0.0597	0.0596
			0.5	0.0492	0.0506	0.0503
			1	0.0430	0.0456	0.0451
Vỏ cầu	0.5	0.5	0	0.0751	0.0779	0.0772
			0.5	0.0657	0.0676	0.0668
			1	0.0601	0.0617	0.0613
Vỏ trụ	0	0.5	0	0.0622	0.0648	0.0645
			0.5	0.0535	0.0553	0.0549
			1	0.0485	0.0501	0.0493
Vỏ hyperbôn Parabôn	-0.5	0.5	0	0.0563	0.0597	0.0591
			0.5	0.0479	0.0506	0.0502
			1	0.0432	0.0456	0.0455



Hình 3.4. Ảnh hưởng của biên độ lực kích động lên đường cong biên độ – tần số của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo.



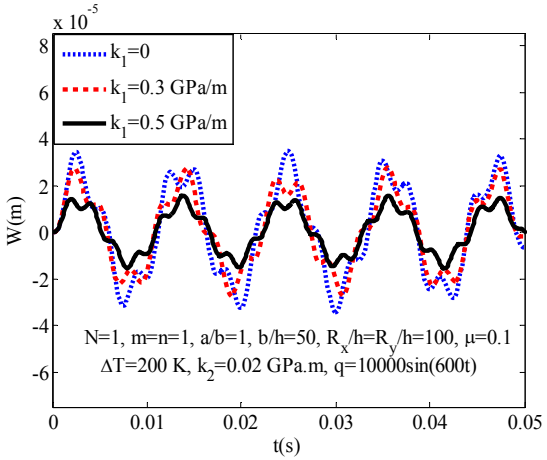
Hình 3.5. Ảnh hưởng của gân gia cường lên đường cong biên độ – tần số của vỏ hai độ cong FGM hoàn hảo.

3.4.3. Đường cong tải trọng – biên độ độ võng

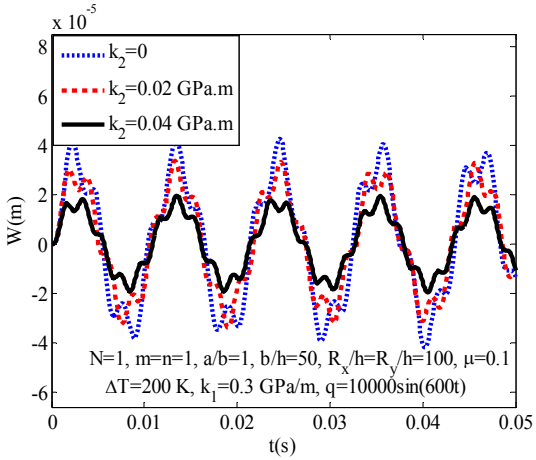
Ảnh hưởng của tính không hoàn hảo hình dáng ban đầu với hệ số μ lên đường cong tải nhiệt – biên độ độ võng và áp lực ngoài – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường chịu tải nhiệt và áp lực ngoài phân bố đều được thể hiện lần lượt ở hình 3.12 và hình 3.13. Tương tự như khảo sát ở chương 2, khi độ võng nhỏ tính không hoàn hảo hình dáng có ảnh hưởng tiêu cực lên đáp ứng của vỏ hai độ cong FGM. Cụ thể, khi tăng hệ số μ của tính không hoàn hảo sẽ làm giảm khả năng chịu tải của vỏ. Tuy nhiên, khi độ võng lớn thì khả năng mang tải của vỏ tốt hơn với các giá trị μ lớn hơn.

3.4.4. Đường cong biên độ độ võng – thời gian

Ảnh hưởng của nền đàn hồi tuyến tính Winkler với hệ số độ cứng k_1 và nền phi tuyến Pasternalk với mô đun k_2 lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường chịu áp lực ngoài phân bố đều lần lượt được khảo sát lần lượt ở hình 3.21 và 3.22. Có thể thấy rằng khi tăng giá trị của các hệ số k_1 và k_2 sẽ làm giảm giá trị của biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM.



Hình 3.21. Ảnh hưởng của nền tuyến tính Winkler lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều.



Hình 3.22. Ảnh hưởng của nền phi tuyến Pasternalk lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều.

3.5. Kết luận chương 3

Trong chương 3, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau:

1. Thiết lập các phương trình cơ bản dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển, tính phi tuyến hình học von Karman và lý thuyết san đều tác dụng gân của Lekhnitskii cho bài toán ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ mỏng hai độ cong FGM có gân gia cường tựa bản lề trên bốn cạnh chịu áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ, tải nhiệt và sự kết hợp giữa hai loại tải này, trong đó sự không hoàn hảo trong hình dáng và tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ đã được xét đến.

2. Sử dụng thuật toán lặp để xác định tải nhiệt tới hạn và đường cong tải nhiệt – biên độ độ võng của vỏ hai độ cong và tựa bản lề trên bốn cạnh. Các kết quả đạt được đã chỉ ra sự cần thiết phải kể đến sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất vật liệu để thu được các dự đoán chính xác và đáng tin cậy hơn khi vỏ làm việc trong các môi trường nhiệt độ cao.

3. Khảo sát ảnh hưởng các tham số vật liệu, hình học, tính không hoàn hảo hình dáng ban đầu, gân gia cường, nền đàn hồi, gia số nhiệt độ lên các mối quan hệ tải trọng – biên độ độ võng, biên độ độ võng – thời gian và tần số – biên độ của dao động tự do phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM.

Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát như sau:

1. Ảnh hưởng tích cực của gân gia cường lên ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM là rất rõ ràng. Cụ thể, gân gia cường làm tăng khả

năng chịu tải và làm giảm biên độ của dao động cưỡng bức phi tuyến của kết cấu một cách rõ rệt.

2. Sự phụ thuộc nhiệt độ của tính chất vật liệu có ảnh hưởng lớn đến khả năng chịu tải và biên độ dao động của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường. Khả năng chịu tải của vỏ với tính chất vật liệu không phụ thuộc nhiệt độ sẽ cao hơn vỏ với tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ và ngược lại biên độ dao động của vỏ với tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ sẽ cao hơn vỏ với tính chất vật liệu không phụ thuộc nhiệt độ.

3. Nhiệt độ có ảnh hưởng đáng kể lên ứng xử của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường chịu áp lực ngoài. Sự có mặt của nhiệt độ làm cho vỏ chịu áp lực ngoài mất ổn định theo kiểu rẽ nhánh thay vì mất ổn định theo kiểu cực trị. Ngoài ra, các đường cong tải trọng – độ võng gặp nhau tại một điểm với các giá trị khác nhau của nhiệt độ.

CHƯƠNG 4
PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH TĨNH VÀ ĐÁP ỨNG ĐỘNG LỰC PHI TUYẾN CỦA VỎ THOẢI FGM HAI ĐỘ CONG KHÔNG HOÀN HẢO SỬ DỤNG LÝ THUYẾT VỎ BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO

4.1. Ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM không hoàn hảo có gân gia cường

4.1.1. Đặt vấn đề

Xem xét vỏ dày thoải hai độ cong FGM có gân gia cường với các bán kính cong R_x, R_y, độ dài các cạnh a, b và chiều dày h tựa trên nền đàn hồi trong môi trường nhiệt độ. Vỏ được đặt trong hệ toạ độ Đề Các xyz có gốc ở góc của vỏ, mặt phẳng xy trùng với mặt giữa của vỏ và z là toạ độ chiều dày vỏ $(-h/2 \le z \le h/2)$ như hình 3.1. Vỏ được gia cường bằng hệ thống gân thuần nhất đẳng hướng dọc và ngang theo các phương x và y tương ứng như hình 3.2.

4.1.2. Các phương trình cơ bản

Phương trình tương thích biến dạng cho vỏ thoải hai độ cong FGM không hoàn hảo được cho như ở phương trình (2.21).

Phương trình chuyển động của vỏ thoải hai độ cong FGM có dạng

$$\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=\overline{I}_1\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\overline{I}_2\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}-\overline{I}_3\frac{\partial^3 w}{\partial t^2\partial x}, \tag{4.1a}$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial N_y}{\partial y}=\overline{I}_1^*\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\overline{I}_2^*\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}-\overline{I}_3^*\frac{\partial^3 w}{\partial t^2\partial y}, \tag{4.1b}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_y}{\partial y}-3c_1\left(\frac{\partial R_x}{\partial x}+\frac{\partial R_y}{\partial y}\right)+c_1\left(\frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 P_y}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 P_y}{\partial y^2}\right)+\frac{N_x}{R_x}+\frac{N_y}{R_y}+q\\&+N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}+N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-k_1 w+k_2\nabla^2 w=I_1\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2\varepsilon I_1\frac{\partial w}{\partial t}\\&+\overline{I}_3\frac{\partial^3 u}{\partial t^2\partial x}+\overline{I}_5\frac{\partial^3 \phi_x}{\partial t^2\partial x}+\overline{I}_3^*\frac{\partial^3 v}{\partial t^2\partial y}+\overline{I}_5^*\frac{\partial^3 \phi_y}{\partial t^2\partial y}-c_1^2 I_7\left(\frac{\partial^4 w}{\partial t^2\partial x^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial t^2\partial y^2}\right),\end{aligned} \tag{4.1c}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}-Q_x+3c_1R_x-c_1\left(\frac{\partial P_x}{\partial x}+\frac{\partial P_{xy}}{\partial y}\right)=\overline{I}_2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\overline{I}_4\frac{\partial^2\phi_x}{\partial t^2}-\overline{I}_5\frac{\partial^3 w}{\partial t^2\partial x}, \tag{4.1d}$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial M_y}{\partial y}-Q_y+3c_1R_y-c_1\left(\frac{\partial P_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial P_y}{\partial y}\right)=\overline{I}_2^*\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+\overline{I}_4^*\frac{\partial^2\phi_y}{\partial t^2}-\overline{I}_5^*\frac{\partial^3 w}{\partial t^2\partial y}. \tag{4.1e}$$

Các thành phần nội lực và mô men của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường dưới tác động của nhiệt độ có thể được xác định như sau

$$\begin{aligned}
&\left(N_i,M_i,P_i\right)=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_i(1,z,z^3)dz+\int_{h/2}^{h/2+h_i}\sigma_i^s(1,z,z^3)\frac{d_i^T}{s_i^T}dz,\ i=x,y,\\
&\left(N_{xy},M_{xy},P_{xy}\right)=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xy}(1,z,z^3)dz,\\
&\left(Q_i,K_i\right)=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{iz}(1,z^2)dz+\int_{h/2}^{h/2+h_i}\sigma_{iz}^s(1,z^2)\frac{d_i^T}{s_i^T}dz,\ i=x,y.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Sau quá trình biến dạng nhiệt, các tham số hình học của gân gia cường có thể được xác định bằng công thức sau

$$\begin{aligned}
&d_x^T=d_x\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\ d_y^T=d_y\left(1+\alpha_0\Delta T\right),h_x^T=h_x\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\\
&h_y^T=h_y\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\ s_x^T=s_x\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\ s_y^T=s_y\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\\
&z_x^T=z_x\left(1+\alpha_0\Delta T\right),\ z_y^T=z_y\left(1+\alpha_0\Delta T\right).
\end{aligned} \tag{4.9}$$

4.1.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Xét vỏ thoải hai độ cong FGM không hoàn hảo tựa bản lề trên bốn cạnh chịu áp lực ngoài q phân bố đều trên bề mặt vỏ và nhiệt độ tăng đều. Hai điều kiện biên được xem xét như hai phương trình (2.24) và (2.25).

Các điều kiện biên (2.24) và (2.25) có thể được thỏa mãn nếu các nghiệm được chọn xấp xỉ dưới dạng

$$\begin{bmatrix}\mathrm{w}(x,y,t)\\ \phi_x(x,y,t)\\ \phi_y(x,y,t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathrm{W}(t)\sin\lambda_m x\sin\delta_n y\\ \Phi_x(t)\cos\lambda_m x\sin\delta_n y\\ \Phi_y(t)\sin\lambda_m x\cos\delta_n y\end{bmatrix}. \tag{4.22}$$

Đối với hàm biểu diễn độ không hoàn hảo hình dáng ban đầu w^*, luận án giả sử nó có dạng tương tự như dạng của hàm độ võng như ở phương trình (2.27).

Thay các phương trình (4.22) và (2.27) vào phương trình tương thích biến dạng (4.20) ta thu được dạng của hàm ứng suất f như sau

$$\begin{aligned}
f=&A_1(t)\cos 2\lambda_m x+A_2(t)\cos 2\delta_n y+A_3(t)\sin\lambda_m x\sin\delta_n y\\
&+\frac{1}{2}N_{x0}y^2+\frac{1}{2}N_{y0}x^2.
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Thay các phương trình (4.22) – (4.23) vào phương trình (4.18) sau đó áp dụng phương pháp Galerkin vào phương trình kết quả ta có phương trình cơ bản được dùng để nghiên cứu ổn định phi tuyến của vỏ dày thoải hai độ cong FGM có

gân gia cường trên nền đàn hồi trong môi trường nhiệt độ.

4.1.3.1. Phân tích ổn định cơ

Xét vỏ dày thoải hai độ cong FGM với các cạnh tựa tự do chỉ chịu tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ mà không có các lực nén trên các cạnh và nhiệt độ.

Phân tích ổn định tĩnh

Bỏ qua các thành phần lực quán tính và cản nhớt, ta có

$$q = e_1\overline{W} + e_2(\overline{W}+\mu) + e_3\overline{W}(\overline{W}+\mu) + e_4\overline{W}(\overline{W}+2\mu) + e_5\overline{W}(\overline{W}+\mu)(\overline{W}+2\mu) + e_6(\overline{W}+\mu)^2. \tag{4.31}$$

Phân tích ổn định động

Xét vỏ dày thoải hai độ cong FGM chịu áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ là hàm tuyến tính của thời gian, $q = st$ (s – tốc độ đặt tải). Phương trình chuyển động được viết lại như sau

$$\begin{aligned}
&l_{11}W + l_{12}\Phi_x + l_{13}\Phi_y + l_{14}(\mathrm{W}+\mu h)\Phi_x + l_{15}(\mathrm{W}+\mu h)\Phi_y + n_1(W+\mu h) \\
&+n_2W(W+\mu h) + n_3W(W+2\mu h) + n_4W(W+\mu h)(W+2\mu h) \\
&+n_5 st = I_0\frac{d^2W}{dt^2} + 2\varepsilon I_1\frac{dW}{dt} - \lambda_m\overline{\overline{I}}_5\frac{d^2\Phi_x}{dt^2} - \delta_n\overline{\overline{I}}_5^*\frac{d^2\Phi_y}{dt^2}, \\
&l_{21}\mathrm{W} + l_{22}\Phi_x + l_{23}\Phi_y + n_6(W+\mu h) + n_7W(W+2\mu h) = \overline{\overline{I}}_3\frac{d^2\Phi_x}{dt^2} - \lambda_m\overline{\overline{I}}_5\frac{d^2W}{dt^2}, \\
&l_{31}\mathrm{W} + l_{32}\Phi_x + l_{33}\Phi_y + n_8(W+\mu h) + n_9W(W+2\mu h) = \overline{\overline{I}}_3\frac{d^2\Phi_y}{dt^2} - \delta_n\overline{\overline{I}}_5\frac{d^2W}{dt^2}.
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ dày thoải hai độ cong FGM có gân gia cường với các cạnh tựa tự do có thể thu được từ phương trình trên bằng phương pháp Runge-Kutta bậc 4 kết hợp với các điều kiện đầu. Giá trị lực tới hạn động q_{cr} có thể xác định được bằng cách sử dụng tiêu chuẩn Budiansky – Roth.

4.1.3.2. Phân tích ổn định cơ – nhiệt

Xét vỏ dày thoải hai độ cong FGM trên nền đàn hồi có gân gia cường với các cạnh tựa cố định chịu tác dụng đồng thời của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và nhiệt độ.

Phân tích ổn định tĩnh

Bỏ qua các thành phần lực quán tính và cản nhớt, ta có

$$\begin{aligned}
q &= f_1\overline{W} + (f_2 + d_1^*\Phi_1 + d_2^*\Phi_{1x}^s + d_3^*\Phi_{1y}^s)(\overline{W}+\mu) + f_3\overline{W}(\overline{W}+\mu) \\
&+ f_4\overline{W}(\overline{W}+2\mu) + f_5\overline{W}(\overline{W}+\mu)(\overline{W}+2\mu) + f_6(\overline{W}+\mu)^2 + d_4^*\Phi_1 + d_5^*\Phi_{1x}^s + d_6^*\Phi_{1y}^s.
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Khi vỏ thoải hai độ cong chịu đồng thời áp lực ngoài và nhiệt độ thì vỏ sẽ có ứng xử mất ổn định theo kiểu rẽ nhánh, tức là vỏ vẫn không bị vồng cho tới khi áp lực đạt đến giá trị rẽ nhánh. Áp lực tới hạn tại điểm rẽ nhánh thu được khi cho $\overline{W} \to 0$ như sau

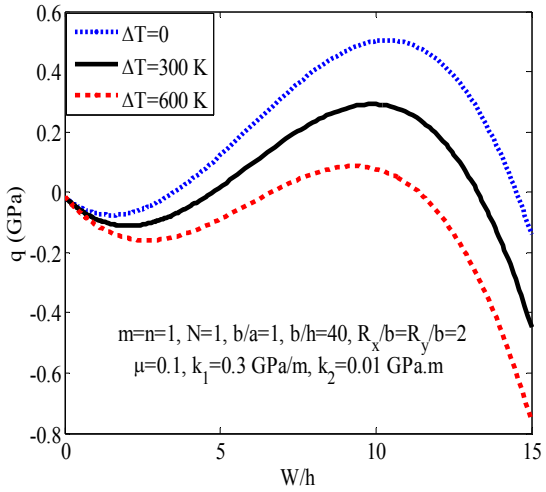
$$q = (f_2 + d_1^*\Phi_1 + d_2^*\Phi_{1x}^s + d_3^*\Phi_{1y}^s)\mu + f_6\mu^2 + d_4^*\Phi_1 + d_5^*\Phi_{1x}^s + d_6^*\Phi_{1y}^s. \tag{4.44}$$

Phân tích ổn định động

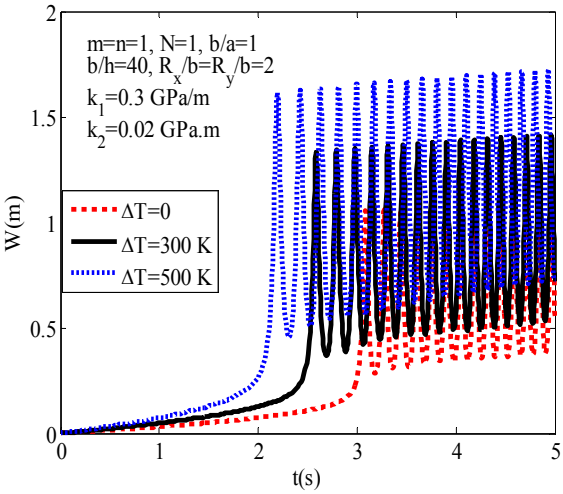
Tương tự như mục trên, giả sử rằng áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ phụ thuộc thời gian theo quy luật $q = st$, ta thu được hệ phương trình cơ bản được dùng để nghiên cứu ổn định động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường với các cạnh tựa cố định chịu tổng hợp tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và nhiệt độ tăng đều. Hệ phương trình này được giải bằng phương pháp Runge–Kutta bậc bốn. Tải trọng động tới hạn q_{cr} cũng được xác định bằng tiêu chuẩn Budiansky–Roth.

4.1.4. Kết quả số và thảo luận

Hình 4.5 – 4.6 và bảng 4.5 trình bày ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên ổn định tĩnh và động lực của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường trong trường hợp các cạnh tựa cố định dưới tác dụng của áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ. Ta thấy tăng giá trị của gia số nhiệt độ sẽ dẫn đến sự suy giảm khả năng chịu tại cũng như lực tới hạn của vỏ FGM.



Hình 4.5. Ảnh hưởng của gia số nhiệt độ lên đường cong tải trọng – biên độ độ võng của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường (các cạnh tựa cố định).



Hình 4.6. Ảnh hưởng của gia số nhiệt độ lên đường cong biên độ độ võng – thời gian của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường (các cạnh tựa cố định).

Bảng 4.5. Ảnh hưởng của tham số nhiệt độ lên giá trị lực tới hạn của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường trong trường hợp các cạnh tựa tự do.

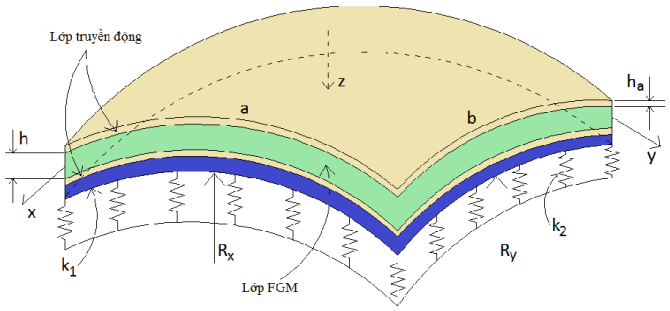
$\Delta T\,(K)$	0	300	500	650
Tĩnh (upper)	0.518e9	0.253e9	0.149e9	0.019e9
Tĩnh (lower)	0.474e9	0.129e9	0.127e9	0.016e9
Động	0.721e9	0.297e9	0.172e9	0.042e9

4.2. Đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM áp điện

4.2.1. Đặt vấn đề

Xem xét vỏ thoải hai độ cong FGM áp điện tựa trên nền đàn hồi như hình 4.12. Vỏ bao gồm một lớp nền FGM có độ dày h và các lớp áp điện có độ dày h_a

được tích hợp ở mặt trên và mặt dưới như các thiết bị truyền động. Các bán kính cong, độ dài các cạnh của vỏ hai độ cong FGM lần lượt là R_x, R_y, a, b. Vỏ được đặt trong hệ tọa đồ Đề Các (x, y, z) trong đó mặt (x, y) là mặt giữa vỏ và trục z hướng theo chiều dày vỏ.



Hình 4.12. Mô hình và hệ trục tọa độ của vỏ thoải hai độ cong FGM áp điện trên nền đàn hồi.

4.2.2. Các phương trình cơ bản

Đối với vật liệu áp điện dạng vỏ, chỉ có thành phần điện trường ngang E_Z là chủ yếu, nếu hiệu điện thế V_a chỉ được áp dụng lên các thiết bị truyền động theo hướng chiều dày vỏ, chúng ta có

$$\begin{bmatrix} E_x & E_y & E_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & V_a / h_a \end{bmatrix}^T. \tag{4.52}$$

Đối với vỏ hai độ cong FGM áp điện không hoàn hảo, phương trình chuyển động được biến đổi về dạng như sau

$$\begin{aligned}
&L_{11}(w) + L_{12}(\phi_x) + L_{13}(\phi_y) + G(w, f) + G_1(w^*, f) + q = \\
&= I_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\varepsilon I_1 \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial t} + \bar{I}_5 \frac{\partial^3 \phi_x}{\partial t^2 \partial x} + \bar{\bar{I}}_5^* \frac{\partial^3 \phi_y}{\partial t^2 \partial y} + \bar{I}_7 \frac{\partial^4 \mathrm{w}}{\partial t^2 \partial x^2} + \bar{\bar{I}}_7^* \frac{\partial^4 \mathrm{w}}{\partial t^2 \partial y^2}, \\
&L_{21}(w) + L_{22}(\phi_x) + L_{23}(\phi_y) + L_{21}^*(w^*) = \bar{I}_3 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} - \bar{I}_5 \frac{\partial^3 \mathrm{w}}{\partial t^2 \partial x}, \\
&L_{31}(w) + L_{32}(\phi_x) + L_{33}(\phi_y) + L_{31}^*(w^*) = \bar{\bar{I}}_3^* \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} - \bar{\bar{I}}_5^* \frac{\partial^3 \mathrm{w}}{\partial t^2 \partial y}.
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Phương trình tương thích biến dạng của vỏ hai độ cong FGM áp điện không hoàn hảo được xác định

$$\nabla^4 f$$

$$-A_{11}(1-\nu^2)\left(\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}^2 - \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\dfrac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \\ -\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\dfrac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} - \dfrac{1}{R_y}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \dfrac{1}{R_x}\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{array}\right) = 0. \tag{4.62}$$

4.2.3. Điều kiện biên và phương pháp giải

Xét vỏ hai độ cong FGM áp điện trên nền đàn hồi với các cạnh tựa bản lề và không thể dịch chuyển trong mặt phẳng vỏ. Điều kiện biên được xác định như trong phương trình (2.25).

Dựa trên điều kiện biên (2.25), các hàm nghiệm độ võng và góc quay được chọn xấp xỉ như trong phương trình (4.22).

Hàm đại diện cho tính không hoàn hảo về hình dáng ban đầu w^* được giả sử có dạng như trong phương trình (2.27).

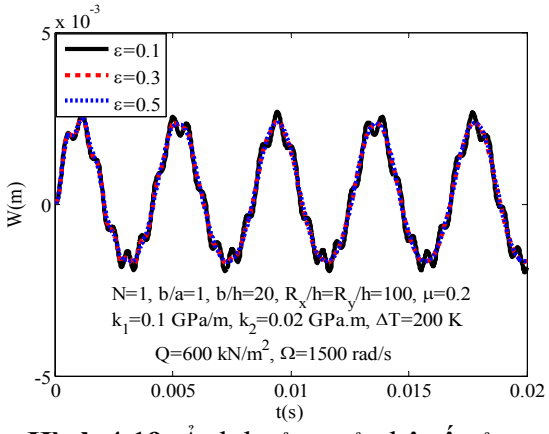
Thay các phương trình (4.22) và (2.27) vào phương trình tương thích biến dạng (4.62) và giải phương trình kết quả ta thu được hàm ứng suất f có dạng như sau

$$f(x,y,t) = F_1(t)\cos\frac{2m\pi x}{a} + F_2(t)\cos\frac{2n\pi y}{b} + F_3(t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} + \frac{1}{2}N_{x0}y^2 + \frac{1}{2}N_{y0}x^2. \tag{4.63}$$

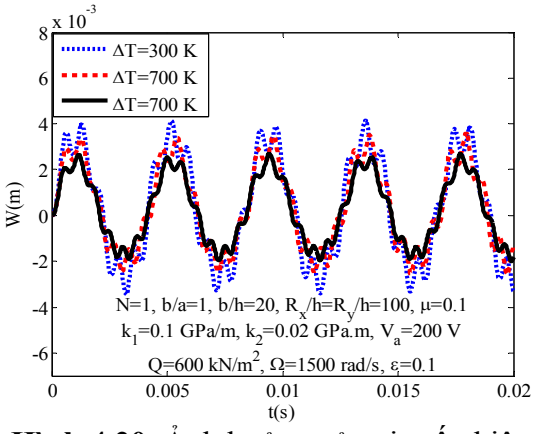
4.2.4. Kết quả số và thảo luận

Hình 4.19 cho ta ảnh hưởng của lực cản nhớt với hệ số ε lên đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM áp điện. Kết quả chỉ ra rằng lực cản nhớt ảnh hưởng mạnh lên đáp ứng động lực của vỏ FGM. Cụ thể, nó ảnh hưởng tiêu cực lên đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ: giá trị hệ số lực cản nhớt ε càng cao, sự mất ổn định của vỏ xảy ra càng nhanh.

Hình 4.20 khảo sát ảnh hưởng của gia số nhiệt độ ΔT lên đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM áp điện. Có thể thấy rằng giá trị tuyệt đối của biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM áp điện tăng khi tăng giá trị của gia số nhiệt độ.



Hình 4.19. Ảnh hưởng của hệ số cản nhớt ε lên đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM áp điện.



Hình 4.20. Ảnh hưởng của gia số nhiệt độ lên đáp ứng động lực phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM áp điện.

4.3. Kết luận chương 4

Trong chương 4, luận án đã giải quyết một số vấn đề sau:

1. Thiết lập các phương trình cơ bản dựa trên lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc cao để giải quyết bài toán ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ dày thoải hai độ cong FGM có gân gia cường tựa bản lề trên bốn cạnh chịu áp lực ngoài phân bố đều trên bề mặt vỏ và tải nhiệt trong đó sự không hoàn hảo trong hình dáng và tính chất vật liệu phụ thuộc nhiệt độ đã được xét đến.

2. Thiết lập các phương trình cơ bản để giải quyết bài toán động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM được tích hợp các lớp áp điện chịu sự tác động của tải cơ, nhiệt và điện kết hợp bằng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao trong đó có kể đến ảnh hưởng của tính phi tuyến hình học, tính không hoàn hảo hình dáng vỏ và sự phụ thuộc nhiệt độ của các tính chất vật liệu.

3. Sử dụng tiêu chuẩn tĩnh về ổn định tĩnh và tiêu chuẩn Budiansky – Roth về ổn định động để xác định giá trị các lực tới hạn tĩnh và động của vỏ thoải hai độ cong FGM có gân gia cường trên nền đàn hồi.

4. Xây dựng các biểu thức xác định tần số dao động tự do tuyến tính, các biểu thức biểu diễn mối liên hệ tải trọng – độ võng, độ võng – thời gian của vỏ thoải hai độ cong FGM và đánh giá ảnh hưởng của các tham số hình học, tham số vật liệu, gân gia cường, nền đàn hồi, gia số nhiệt độ, biên độ lực kích động và hệ số cản nhớt lên các mối quan hệ này.

Một số kết luận đáng chú ý được rút ra từ các kết quả khảo sát như sau:

1. Trong khi nền đàn hồi và gân gia cường có tác dụng tích cực lên ổn định tĩnh và động của vỏ thoải hai độ cong FGM, làm tăng khả năng chịu tải, tăng giá trị lực tới hạn, tăng giá trị tần số dao động tự do tuyến tính và làm giảm biên độ độ võng thì gia số nhiệt độ lại có tác động tiêu cực làm giảm khả năng chịu tải, giảm giá trị lực tới hạn, giảm giá trị tần số dao động tự do tuyến tính và làm tăng biên độ độ võng của vỏ hai độ cong FGM.

2. So với ảnh hưởng của gia số nhiệt độ, ảnh hưởng của hiệu điện thế lên tần số dao động tự do và đường cong đáp ứng độ võng – thời gian của vỏ thoải hai độ cong FGM áp điện là nhỏ hơn khá nhiều. Điện áp âm làm giảm còn điện áp dương làm tăng giá trị của tần số dao động tự do không thứ nguyên. Tăng giá trị của hiệu điện thế sẽ làm tăng giá trị biên độ độ võng của vỏ FGM áp điện.

3. Hệ số cản nhớt tuyến tính có ảnh hưởng nhỏ lên đáp ứng động lực của vỏ thoải hai độ cong FGM và vỏ thoải hai độ cong FGM áp điện.

KẾT LUẬN

Luận án này đã đạt được một số kết quả nổi bật sau đây:

1. Đề xuất công thức tính sự thay đổi các tham số hình học của gân gia cường theo nhiệt độ cũng như xây dựng được công thức tổng quát để tính các thành phần lực và mô men của kết cấu có gân gia cường.

2. Dựa trên lý thuyết vỏ cổ điển và lý thuyết vỏ biến dạng trượt bậc ba của Reddy cùng với tính phi tuyến hình học của von Karman kết hợp với kỹ thuật san đều tác dụng gân của Lekhnitskii và công thức gân mới, đã thiết lập các phương trình cơ bản của bài toán nghiên cứu ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM có và không có gân gia cường tựa trên nền đàn hồi trong đó có kể

đến tính không hoàn hảo về hình dáng ban đầu của vỏ và tính chất vật liệu phụ thuộc vào nhiệt độ.

3. Xây dựng các phương trình cơ bản để giải quyết bài toán động lực phi tuyến và dao động của vỏ hai độ cong FGM không hoàn hảo không gân gia cường được tích hợp hai lớp áp điện chịu tổng hợp các lực cơ, nhiệt và điện sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc ba.

4. Bằng tiếp cận giải tích và sử dụng phương pháp Galerkin kết hợp phương pháp Runge-Kutta bậc bốn phân tích các phương trình cơ bản để nghiên cứu ổn định tĩnh và động lực phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM chịu các loại tải cơ, nhiệt và cơ – nhiệt kết hợp. Cụ thể, xây dựng được các biểu thức thể hiện mối quan hệ tải trọng – biên độ độ võng, biên độ độ võng – thời gian, tần số – biên độ của dao động tự do (cưỡng bức) tuyến tính và phi tuyến. Sử dụng tiêu chuẩn tĩnh về ổn định tĩnh để xác định giá trị lực tới hạn tĩnh và tiêu chuẩn Budiansky – Roth để xác định giá trị lực tới hạn động. Biểu thức hiển để tính tần số dao động tự do tuyến tính cũng được biểu diễn một cách cụ thể.

5. Sử dụng thuật toán lặp để nghiên cứu ổn định phi tuyến của vỏ hai độ cong FGM có gân gia cường chịu tải trọng nhiệt khi các tính chất của các vật liệu thành phần phụ thuộc vào nhiệt độ.

6. Khảo sát và đánh giá các ảnh hưởng khác nhau của các tham số vật liệu và hình học, gân gia cường, nền đàn hồi, sự phụ thuộc vào nhiệt độ của các tính chất vật liệu, gia số nhiệt độ, sự không hoàn hảo hình dáng và các loại tải trọng lên sự ổn định tĩnh và động học phi tuyến của vỏ thoải hai độ cong FGM. Từ đó rút ra một số kết luận có ý nghĩa khoa học giúp ích cho người thiết kế lựa chọn các thông số kết cấu phù hợp với yêu cầu thực tế.

Các kết quả chính của luận án được công bố trong 7 công trình trên các tạp chí quốc tế ISI.